

# 11MAG – 6. cvičení

## Přesnost numerických výpočtů

24. listopadu 2014

### 1 Test [20 minut]

První průběžný test.

### 2 Numerické chyby při aproximaci derivace [30 minut]

Numericky určete derivaci funkce  $f(x) = \sin(x)$  v bodech  $x = 1$  a  $x = \pi/4$  pomocí aproximace konečnou diferencí

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

pro hodnoty  $h = 2^{-n}$ ,  $n = 1, 2, \dots, 30$ . Používejte programovací prostředí, které pracuje se standardní reprezentací čísel v pohyblivé řádové čárce (nepoužívejte Maple, použijte například Matlab). Pracujte v jednoduché přesnosti (proměnné typu `single` v Matlabu nebo `float` v C/C++).

1. Porovnejte absolutní chybu určení  $f'(x)$  s hodnotami funkce  $\cos(x)$ . Vyneste chybové hodnoty do grafu jako funkci délky intervalu  $h$ , s *logaritmickým měřítkem* osy  $h$  i chybových hodnot.
2. Existuje nějaká hodnota  $h$ , pro niž je chyba určení derivace minimální?
3. Strojová přesnost výpočtů v pohyblivé řádové čárce (angl. *unit roundoff*) je definována jako  $\epsilon_{\text{mach}} = q^{1-t}$  (pokud nevíte, co je  $q$ , podívejte se na české slajdy z přednášek), kde v případě nejčastěji používané reprezentace čísel podle normy IEEE 754 je  $q = 2$  a  $t = 24$  pro výpočty v jednoduché přesnosti. Porovnejte experimentálně určenou optimální hodnotu  $h$  z minulého kroku s odhadem optimálního  $h$  hodnotou

$$h \approx \sqrt{\epsilon_{\text{mach}}} |x|.$$

### 3 Změna aproximace [20 minut]

Opakujte celý postup ještě jednou pro aproximace derivace centální diferencí

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

a vysvětlete zjištěné rozdíly.