11MAMY LS 2016/2017
Cvičení č. 1: 23. 2. 2017

Úvod do Matlabu. Dynamické systémy.

Jan Přikryl

22. února 2017

Modelování dynamických systémů v Matlabu.

Poznámky 2016:

- Cvičeno cca 13:00–14:45, příště patrně bude kratší.
- Problémy s Matlabem: (a) M-soubory na disku `F:` většinou Matlab nevidí, (b) studenti nemají nastavený pracovní adresář.
- Pokud chci použít globální proměnnou uvnitř funkce, musí být zadána jako `global`.

Obsah

1 Lorenzův atraktor

Lorenzův atraktor je popsán soustavou

$$
\begin{aligned}
x'(t) &= a\,(y(t) - x(t)) \\
y'(t) &= x(t)\,(b - z(t)) - y(t) \\
z'(t) &= c\,z(t) + x(t)y(t)
\end{aligned}
$$

s parametry například $a = 10$, $b = 28$, $c = \frac{8}{3}$ a počátečními podmínkami například $x(0) = 5$, $y(0) = 5$, $z(0) = 5$.

Po převodu do řeči Matlabu má funkce tvar

```
function xdot = lorenz ( t, x )
% LORENZ State equation of Lorenz attractor
% Feed this into ode45 or other integrator to get the trajectory
% for certain time span. We suggest starting from [5;5;5].

    a = 10;
    b = 28;
    c = 8/3;

    xdot = [ -a*x(1) + a*x(2);
              b*x(1) - x(2) - x(1)*x(3);
             -c*x(3) + x(1)*x(2) ];
end
```

Nyní napočteme vývoj stavu Lorenzova atraktoru v čase

```
>> s = ode45(@cykloida,[0 10],[0;a-d]);
```

Po ukončení simulace se v pracovním prostředí Matlabu objeví proměnná `s`, což je struktura s výsupními daty integrátoru pole s třemi řádky. Tuto proměnnou použijeme k vykreslení atraktoru například takto:

```
>> plot(s.x,s.y(1,:),s.x,s.y(2,:));
```

```
>> plot(sim.y(1,:),s.y(2,:));
```

2 Lorenzův atraktor

Lorenzův atraktor je popsán soustavou

$$\begin{aligned} x'(t) &= a\,(y(t) - x(t)) \\ y'(t) &= x(t)\,(b - z(t)) - y(t) \\ z'(t) &= c\,z(t) + x(t)y(t) \end{aligned}$$

s parametry například $a = 10$, $b = 28$, $c = \frac{8}{3}$ a počátečními podmínkami například $x(0) = 5$, $y(0) = 5$, $z(0) = 5$.

Po převodu do řeči Matlabu má funkce tvar

```
function xdot = lorenz ( t, x )
% LORENZ State equation of Lorenz attractor
% Feed this into ode45 or other integrator to get the trajectory
% for certain time span. We suggest starting from [5;5;5].

    a = 10;
    b = 28;
    c = 8/3;

    xdot = [ -a*x(1) + a*x(2);
              b*x(1) - x(2) - x(1)*x(3);
             -c*x(3) + x(1)*x(2) ];
end
```

Nyní napočteme vývoj stavu Lorenzova atraktoru v čase

```
>> s = ode45(@lorenz,[0 50],[5;5;5]);
```

Po ukončení simulace se v pracovním prostředí Matlabu objeví proměnná `s.y` jako pole s třemi řádky. Tuto proměnnou použijeme k vykreslení atraktoru například takto:

```
>> scatter3(sim.y(1,:),s.y(2,:),s.y(3,:));
```

Výstupem je většinou hromada bodů, na které není nic moc vidět, lepší je vykreslit stavy atraktoru spojené úsečkami. V takovém případě ale potřebujeme jemnější nejvyšší krok simulace. Nastavíme proto

```
>> opts = odeset('MaxStep', 0.02);
>> s = ode45(@lorenz, [0 50], [5;5;5], opts);
>> plot3(s.y(1,:), s.y(2,:), s.y(3,:));
```

3 Převod na diskrétní systém

Nahrazením derivace dopřednou diferencí pro diskrétní hodnoty času $t = nT$ při vzorkovací periodě T

$$x'(t) = x'(nT) \approx \frac{x((n+1)T) - x(nT)}{T}$$

obdržíme

$$\begin{aligned}
\frac{x((n+1)T) - x(nT)}{T} &= -a\,x(t) + b\,y(t) \\
\frac{y((n+1)T) - y(nT)}{T} &= \quad b\,x(t) - \quad y(t) - x(t)z(t) \\
\frac{z((n+1)T) - z(nT)}{T} &= \quad c\,z(t) + x(t)y(t)
\end{aligned}$$

a po nahrazení spojité funkce $x(t)$ posloupností $x[n]$ máme

$$\begin{aligned}
x[n+1] &= (1 - aT)\,x(t) + bT\,y(t) \\
y[n+1] &= \quad bT\,x(t) + (1 - T)\,y(t) - T\,x(t)z(t) \\
z[n+1] &= (1 - cT)\,z(t) + T\,x(t)y(t)
\end{aligned}$$

Pro simulaci zvolíme stejné parametry, jako u spojitého systému, tedy $a = 10$, $b = 28$, $c = \frac{8}{3}$ a počátečními podmínkami $x(0) = 1$, $y(0) = 1$, $z(0) = 0$. Vzorkovací periodu volíme $T = 0{,}01$ s a nastavíme ...