Cvičení 5 – Simulink

Modelování systémů a procesů

Lucie Kárná

karna@fd.cvut.cz

March 23, 2020

Cvičení 5 – 1. díl

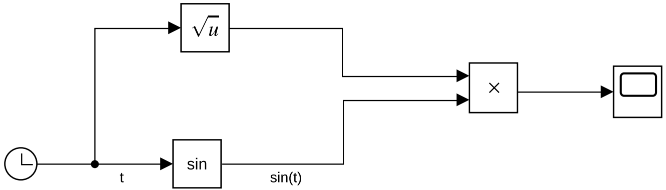
1. Jednoduché modely
   - Logaritmická spirála
   - Asteroida
   - Cykloida
2. Modelování diferenciálních rovnic
3. Model ovce a vlci

Jednoduchý příklad

Úkol

Namodelujte výstup systému, popsaný rovnicí $y(t) = \frac{1}{2}\sqrt{t}\,\sin(t)$.

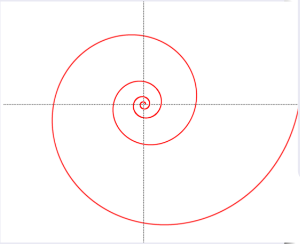
Řešení:



Logaritmická spirála

Rovnice

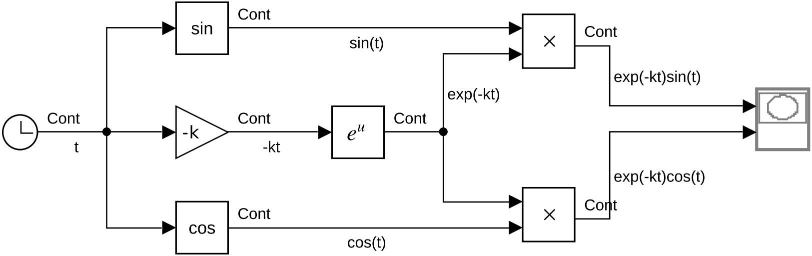
$x = e^{-kt} \sin t,$
$y = e^{-kt} \cos t.$
$t \in <0, \infty>,$
$k > 0$ const.



Blok `Math Operations` $\rightarrow$ `Math Function`

`exp`	exponenciální funkce (e^u)
`log`	přirozený logaritmus ($\ln u$)
`10^u`	funkce 10^u
`log10`	logaritmus při základu 10 ($\log u$)
`reciprocal`	převrácená hodnota ($1/u$)
`pow`	obecná mocnina (u^v)
	...

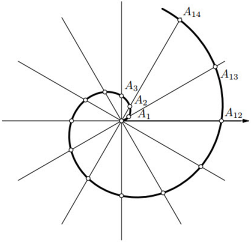
Model logaritmické spirály

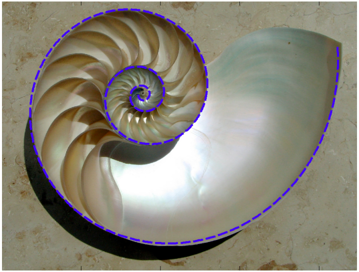


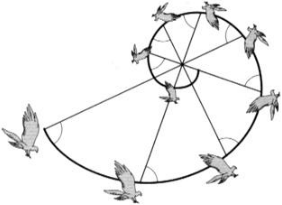
Nastavení

- v Matlabu položíme » `k=0.05`
- konfigurace simulace: pevný krok 0.01

Logaritmická spirála v přírodě



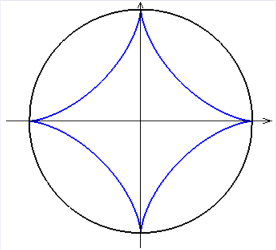




Asteroida

Rovnice

$x = \sin^3 t,$
$y = \cos^3 t.$
$t \in < 0, 2\pi >.$



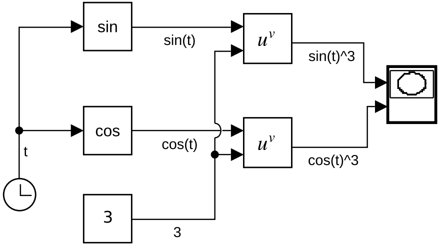
Blok
`Math Operations` $\rightarrow$ `Math Function`

`pow` obecná mocina u^v

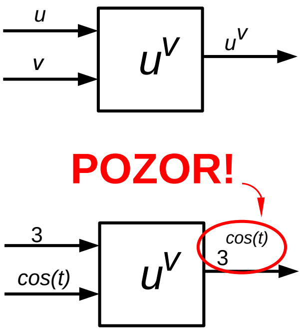
Blok `Sources` $\rightarrow$ `Constant`

- nastavíme 3

Model asteroidy



Pořadí operandů

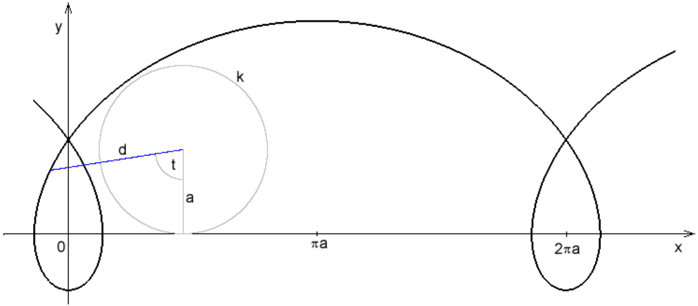


Cykloida

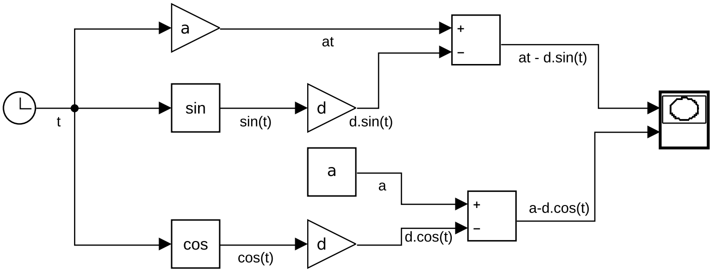
Rovnice

$x = at - d \cdot \sin t,$

$y = a - d \cdot \cos t.$



Model cykloidy



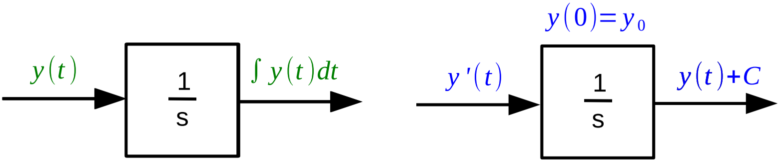
Nastavení

- v Matlabu položíme » `a = 1` a » `d = 1.2`
- konfigurace simulace: pevný krok 0.1
- doba trvání simulace ≥ 10
- měníme hodnotu $d \in (0, 2)$ a pozorujeme změnu křivky

Blok Integrator

Blok Continuous → Integrator

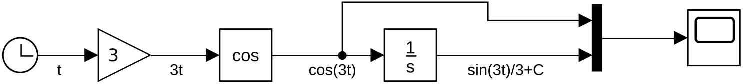
- integruje vstup
- počáteční podmínky v parametrech bloku



Jak funguje Integrator

Příklad:

- mějme funkci $f(t) = \cos(3t)$
- primitivní funkce k $f(t)$ je $y(t) = \frac{1}{3}\sin(3t) + C$
- pro počáteční podmínku $y(0) = y_0$ máme $y(t) = \frac{1}{3}\sin(3t) + y_0$

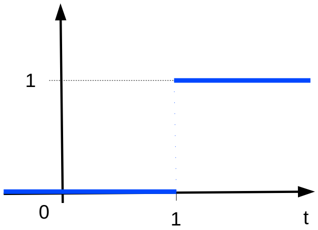


Jednotkový skok

Blok Sources → Step

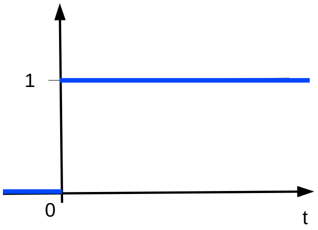
- = *posunutý* jednotkový skok
- implicitně skočí do jedné až v $t = 1$, tj. modeluje $\mathbf{1}(t-1)$
- nulu nastavit v parametrech bloku

Implicitní nastavení



$\mathbf{1}(t-1)$

Nastavení `Step time = 0`



$\mathbf{1}(t)$

Příklad 1

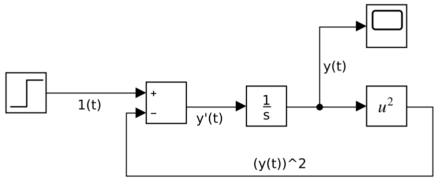
Vytvořte simulinkový model diferenciální rovnice prvního řádu

$$y'(t) + y^2(t) = \mathbf{1}(t)$$

s počáteční podmínkou $y(0) = -\frac{1}{2}$.

Řešení

Rovnici přepíšeme jako $y'(t) = \mathbf{1}(t) - y^2(t)$



Příklad 2

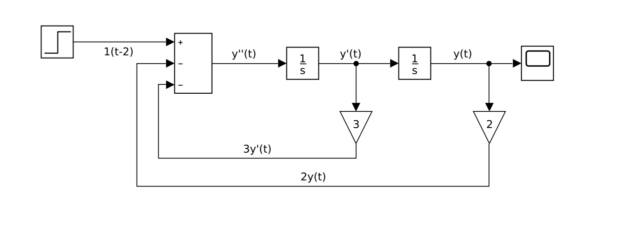
Vytvořte simulinkový model diferenciální rovnice druhého řádu

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \mathbf{1}(t-2)$$

s nulovými počátečními podmínkami.

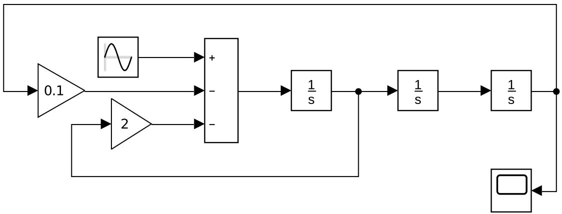
Řešení

Rovnici přepíšeme jako $y''(t) = \mathbf{1}(t-2) - 3y'(t) - 2y(t)$



Příklad 3

Jakou rovnici modeluje následující simulinkové schéma?



Řešení

Diferenciální rovnici třetího řádu

$$y'''(t) + 2y''(t) + 0.1y(t) = \sin(t)$$

(nebo $\sin 2t$, $\cos(t/3+1)$, ...)

Cvičení 5 – 3. díl

Lotka-Volterra predator-prey model

Nelineární dynamický stavový model vlci a ovce

Stavové proměnné

$x_1(t)$ populace ovcí
$x_2(t)$ populace vlků

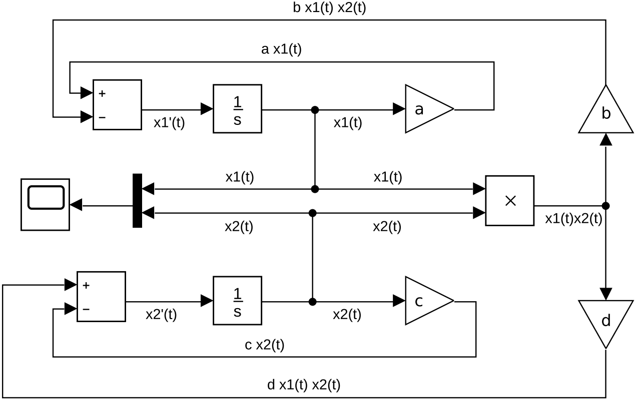
Stavové rovnice

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x_1(t) = \ a \cdot x_1(t) - b \cdot x_1(t)x_2(t),$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x_2(t) = -c \cdot x_2(t) + d \cdot x_1(t)x_2(t).$$

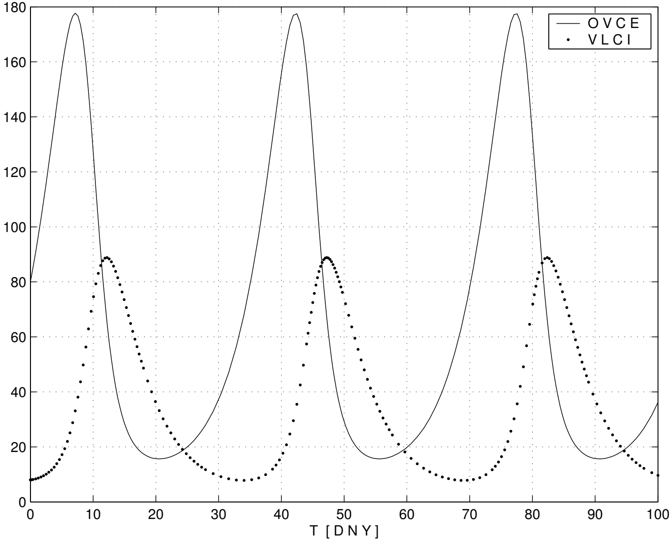
Parametry

$a = 0.2$
$b = 0.006$
$c = 0.4$
$d = 0.003$
$\texttt{stop\_time} = 100$
$x_1(0) = 80$
$x_2(0) = 10$

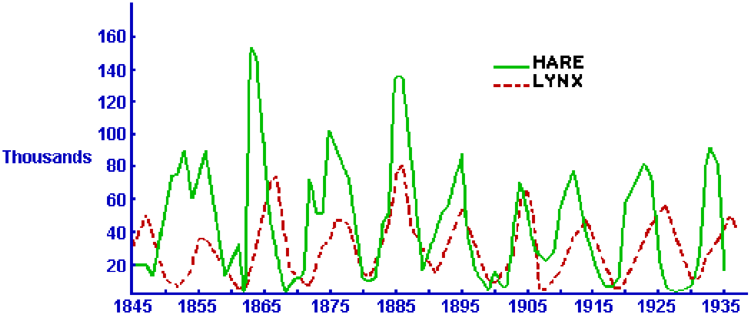
Schéma modelu vlci - ovce



Vývoj populace ovce-vlci



Vývoj populace rysů a zajíců v Kanadě



Náměty pro samostatnou práci

- přidejte do modelu vlci-ovce "superpredátora", který žere jak vlky, tak ovce (medvěd)
- vytvořte model potravního řetězce o třech členech (buchanka – rybička – štika), kde rybičky žerou buchanky a štiky žerou rybičky, ale štiky si buchanek nevšímají
- vytvořte v Simulinku SIR model epidemie ze 3. cvičení

$$
\begin{aligned}
S'(t) &= -\alpha I(t)S(t) \\
I'(t) &= \alpha I(t)S(t) - \beta I(t) \\
R'(t) &= \beta I(t)
\end{aligned}
$$


THE END