

# Cvičení 12 – Spojování systémů

## Modelování systémů a procesů

Lucie Kárná

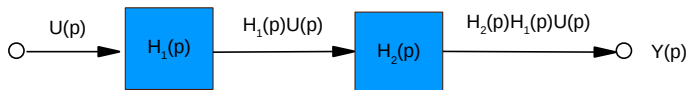
karna@fd.cvut.cz

May 12, 2020

## 1 Spojování systémů

- Kaskádní spojení systémů
- Paralelní spojení systémů
- Spojení systémů se zpětnou vazbou
- Příklady
- Domácí úkol

# Kaskádní = sériové spojení



## Přenosová funkce

$$H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p)$$

Stabilita:

- nevznikne žádný nový pól
- pokud byly oba systémy stabilní, bude stabilní i spojený systém
- některé póly mohou zaniknout
- může se změnit násobnost pólu

# Příklad 1 - sériově spojené systémy

## Zadání

Dva spojitě LTI systémy mají přenosové funkce

$$H_1(p) = \frac{1}{p+2}; \quad H_2(p) = \frac{p+2}{p^2+1}.$$

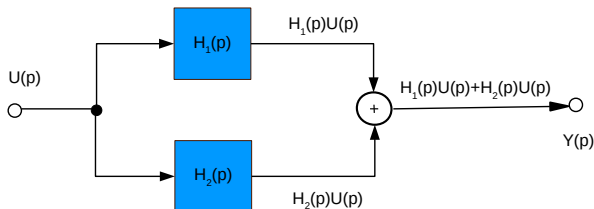
Spočítejte přenosovou funkci systému,  
který vznikne jejich kaskádním spojením.

Řešení:

$$H(p) = H_1(p)H_2(p) = \frac{1}{p+2} \cdot \frac{p+2}{p^2+1} = \frac{1}{p^2+1}.$$

Popřemýšlejte o stabilitě.

# Paralelní spojení



## Přenosová funkce

$$H(p) = H_1(p) + H_2(p)$$

Stabilita: stejné jako u sériově spojených systémů

### Zadání

Dva diskrétní LTI systémy mají přenosové funkce

$$H_1(z) = \frac{z}{z-1}; \quad H_2(z) = -\frac{z}{z-\alpha}.$$

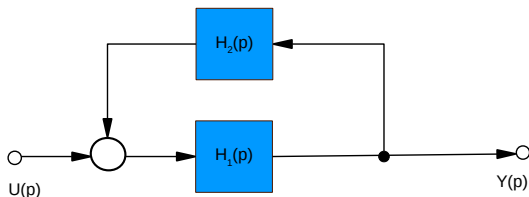
Spočítejte přenosovou funkci systému,  
který vznikne jejich paralelním spojením.

Řešení:

$$H(p) = H_1(z) + H_2(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-\alpha} = \frac{z(1-\alpha)}{(z-1)(z-\alpha)}.$$

Popřemýšlejte o stabilitě.

# Spojení se zpětnou vazbou



## Přenosová funkce

Pozitivní zpětná vazba

$$H(p) = \frac{H_1(p)}{1 - H_1(p)H_2(p)}$$

Negativní zpětná vazba

$$H(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)}$$

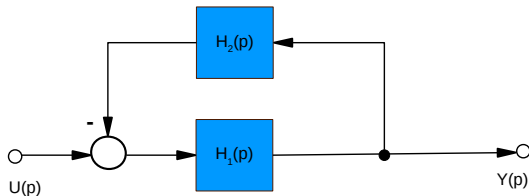
Stabilita: můžeme čekat cokoliv

## Příklad 3 - zpětná vazba

**Zadání:** Dva spojitě LTI systémy s přenosovými funkcemi

$$H_1(p) = \frac{p-1}{p^2+1}; \quad H_2(p) = \frac{1}{p-1}$$

jsou spojeny negativní zpětnou vazbou podle schématu.



Spočítejte přenosovou funkci složeného systému.



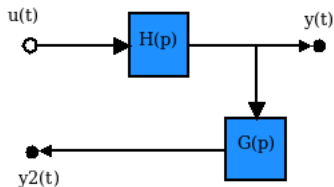
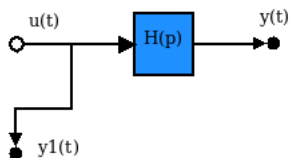
$$H_1(p) = \frac{p-1}{p^2+1}; \quad H_2(p) = \frac{1}{p-1}$$

$$H(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)}$$

$$H(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)} = \frac{\frac{p-1}{p^2+1}}{1 + \frac{p-1}{p^2+1} \frac{1}{p-1}} = \frac{\frac{p-1}{p^2+1}}{1 + \frac{1}{p^2+1}} = \frac{p-1}{p^2+2}$$

## Příklad 4

V jakém vztahu musí být přenos  $G(p)$  ku  $H(p)$ , aby platilo  $y_1(t) \equiv y_2(t)$ ?

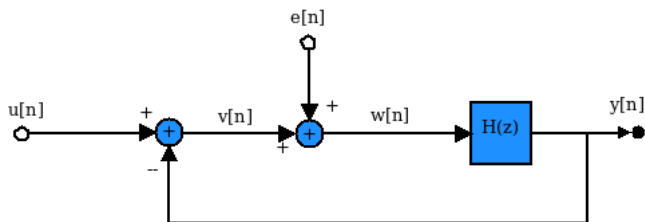


Řešení:

- vlevo: přenos  $H_1(p) = Y_1(p)/U(p)$  je roven 1
- vpravo: pro  $H_2(p) = Y_2(p)/U(p)$  je  $H_2(p) = H(p)G(p)$
- pokud má platit  $H_2(p) = 1$ , musí být

$$G(p) = \frac{1}{H(p)}$$

## Systém se zpětnou vazbou – příklad 5



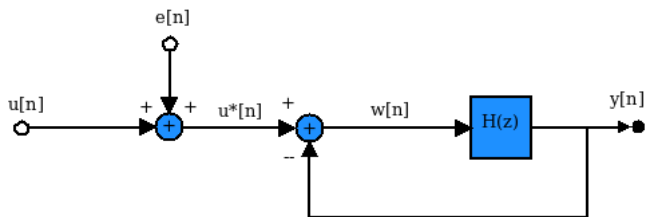
S pomocí  $\mathcal{Z}$ -transformace vyjádřete obraz výstupu  $Y(z)$  ve tvaru

$$Y(z) = H_1(z)U(z) + H_2(z)E(z).$$

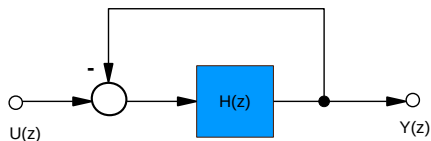
**Řešení:** Nejprve přesuneme  $e[n]$ :

- $w[n] = e[n] + v[n]$
- $v[n] = u[n] - y[n]$
- z toho plyne  $w[n] = e[n] + u[n] - y[n]$

## Příklad 5 – řešení



Izolovaný zpětnovazební blok:

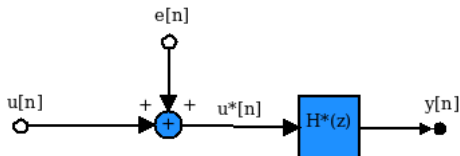


Přenosová funkce

$$H^*(z) = \frac{H(z)}{H(z) + 1}$$

## Příklad 5 – řešení (dokončení)

Překreslíme s izolovaným zpětnovazebním blokem:

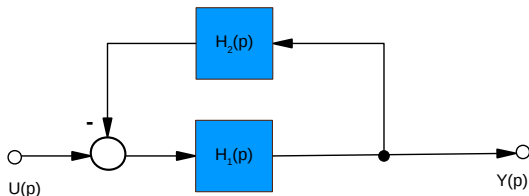


### Výsledek

$$Y(z) = H^*(z)U(z) + H^*(z)E(z), \text{ kde } H^*(z) = \frac{H(z)}{H(z)+1}.$$

# Domácí úkol

Negativní zpětná vazba se často používá k ustabilizování systému. Vymyslete příklad nestabilního systému s přenosovou funkcí  $H_1$ . Negativní zpětnou vazbou k němu připojte jiný systém s přenosovou funkcí  $H_2$  tak, aby výsledný složený systém byl stabilní.



Stabilitu prvního systému a nestabilitu výsledného systému dokažte.

