

# Cvičení 9 – diskretizace

## Modelování systémů a procesů

Lucie Kárná

karna@fd.cvut.cz

April 23, 2018

## Diskretizace spojitého modelu

### Spojitý LTI model

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A} x(t) + \mathbf{B} u(t)$$

$$y(t) = \mathbf{C} x(t) + \mathbf{D} u(t)$$

perioda vzorkování  $T$ :

čas $t$	→	diskrétní okamžiky $t = nT$
spojitý signál	→	diskrétní posloupnost
$x(t) = x(nT)$	→	$x[n]$
$y(t) = y(nT)$	→	$y[n]$
$u(t) = u(nT)$	→	$u[n]$

První derivaci nahradíme **první dopřednou diferencí**:

$$x'(t) \approx \frac{x(nT + T) - x(nT)}{T} = \frac{1}{T} (x[n + 1] - x[n])$$

dosadíme do stavové rovnice:  $\frac{1}{T} (x[n + 1] - x[n]) = \mathbf{A} x[n] + \mathbf{B} u[n]$ ,

upravíme:  $x[n + 1] = (\mathbf{I} + T \mathbf{A}) x[n] + T \mathbf{B} u[n]$ .

## Rovnice diskrétního modelu

$$\begin{aligned} x[n + 1] &= \mathbf{M} x[n] + \mathbf{N} u[n] \\ y[n] &= \mathbf{C} x[n] + \mathbf{D} u[n], \end{aligned}$$

## Nové matice

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{I} + T \mathbf{A}, \\ \mathbf{N} &= T \mathbf{B}. \end{aligned}$$

## Příklad 1

Diskretizujte spojité systém zadaný maticemi stavového popisu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = (1 \ 0), \quad \mathbf{D} = \emptyset$$

s nulovými počátečními podmínkami,  $0 \leq t \leq 10$ .

V Simulinku namodelujte přechodovou odezvu pro:

- spojité model; výsledek uložte do proměnné `sim_c` jako *Timeseries*,
- diskrétní model se vzorkovací periodou  $T_1 = 0,1$  s; výsledek uložte do proměnné `sim_d1` jako *Array*,
- diskrétní model se vzorkovací periodou  $T_2 = 1$  s; výsledek uložte do proměnné `sim_d2` jako *Array*.

Výstupy vynesete do jednoho společného grafu.

## Diskretizace

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + T\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ -20T & -4T + 1 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{N} = T\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}$$

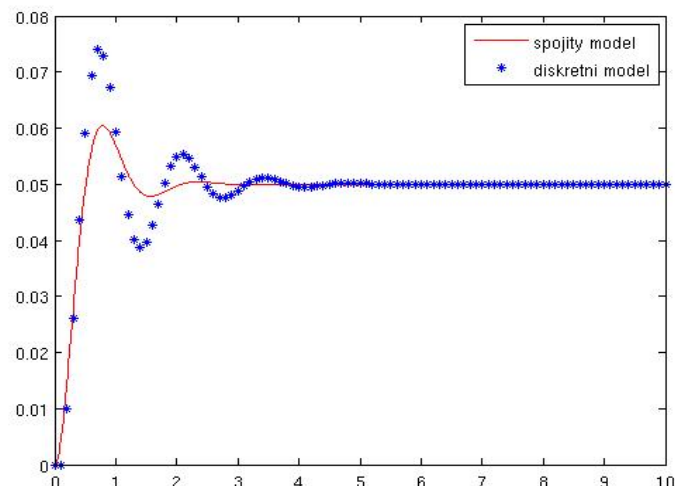
## Parametry simulace

- Solver options/Type → *Fixed-step*
- Solver options/Solver → *discrete*
- Fixed-step time → 1
- délka simulace (Stop time) → 10/T

## Příklad 1 – graf

pro diskrétní model vynášíme na ose x hodnoty 0:T:10

```
» plot( sim_c, 'r' )  
» hold on  
» plot( 0:T1:10 , sim_d1 , '*' )  
» legend( 'spojity model' , 'diskretni model' )
```

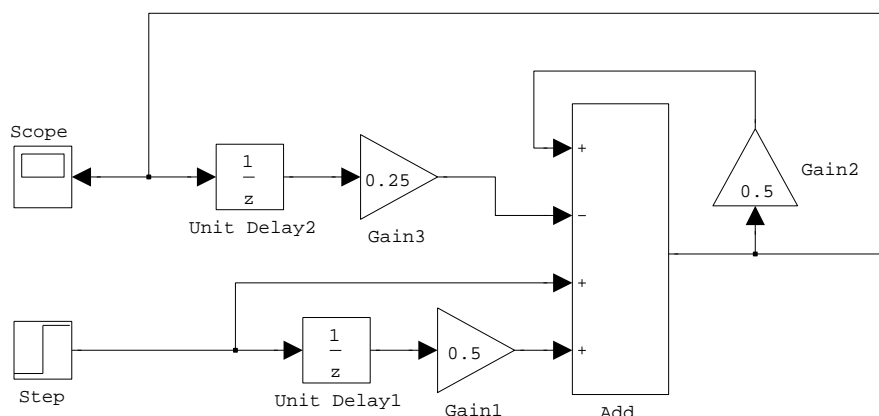


# Autoregresní model (rekurzivní diferenční rovnice)

## Příklad 2

$$y[n] = -0,25 y[n - 1] + 0,5 y[n] + u[n] + 0,5 u[n - 1]$$

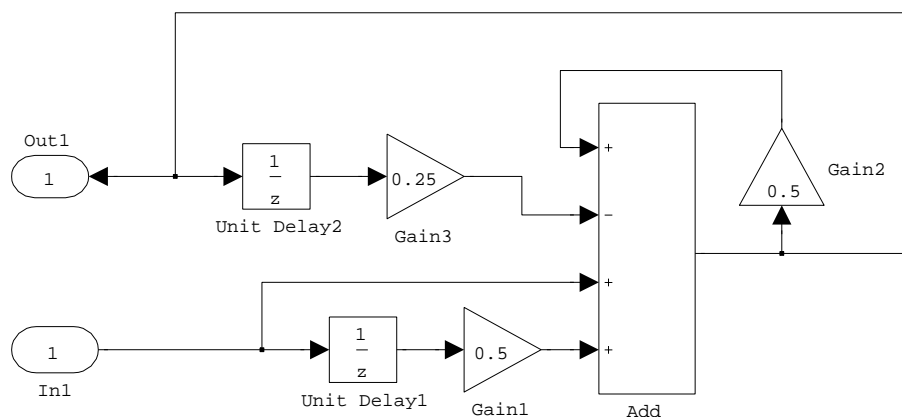
Nulové počáteční podmínky.



...jako subsystém

Namodelujte rovnici z příkladu 2 jako subsystém.

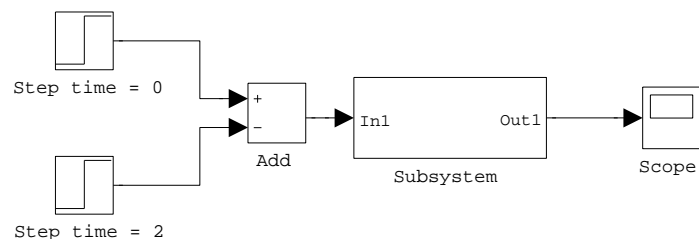
## Řešení



## Příklad 2 – pokračování

Pro  $n = 0, 1, \dots, 20$  zobrazte odezvu na vstupní signál  $u[n] = 1[n] - 1[n - 2]$ .

### Řešení



*The End*