

Spojování systémů.

Kladná a záporná zpětná vazba.

Modelování systémů a procesů (11MSP)

Bohumil Kovář, Jan Příkryl, Miroslav Vlček

11. přednáška 11MSP

čtvrtek 15. května 2014

verze: 2014-05-15 15:33

Obsah

<i>Spojování systémů</i>	1
<i>Kaskádní</i>	1
<i>Paralelní</i>	2
<i>Zpětnovazební</i>	2
<i>Dynamické vlastnosti</i>	2
<i>Příklady zpětnovazebních systémů</i>	4

Tento text je do jisté míry experimentálním pískovištěm na odladění převodu textu prezentace vytvořené v \LaTeX ové třídě beamer do textu vysázeného pomocí tuftte-handout. Obsah je oproti prezentaci mírně rozšířen o poznámky. Bude se ještě v průběhu semestru měnit, kontrolujte si prosím čas sestavení v záhlaví tohoto souboru.

Spojování systémů

Subsystémy mohou být spojeny třemi typy vazeb:

kaskádní (do série) – $H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p)$

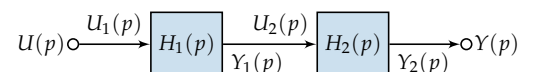
paralelní – $H(p) = H_1(p) + H_2(p)$

zpětnovazební – $H(p) = \frac{H_1(p)}{1 \pm H_1(p) \cdot H_2(p)}$

Kaskádní

Pro výslednou přenosovou funkci kaskádního řazení dvou subsystémů platí

$$H(p) = \frac{Y_1(p)}{U_1(p)} \cdot \frac{Y(p)}{Y_1(p)} = \frac{Y_1(p)}{U_1(p)} \cdot \frac{Y(p)}{U_2(p)} = H_1(p) \cdot H_2(p).$$



Obrázek 1: Kaskádní zapojení dvou subsystémů

Paralelní

Pro výslednou přenosovou funkci paralelního řazení dvou subsystémů platí

$$H(p) = \frac{Y_1(p)}{U(p)} + \frac{Y_2(p)}{U(p)} = H_1(p) + H_2(p).$$

Zpětnovazební

Pro výslednou přenosovou funkci zpětnovazebního řazení dvou subsystémů odvodíme postupně

$$\begin{aligned} \text{na výstupu} \quad Y_1(p) &= Y(p) = U_2(p) \\ \text{na vstupu} \quad U_1(p) &= U(p) - Y_2(p). \end{aligned}$$

Nyní vyjádříme výstupní $Y_1(p)$ a $Y_2(p)$ pomocí dílčích přenosových funkcí a dostaneme

$$\begin{aligned} Y(p) &= Y_1(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) \\ &= H_1(p) (U(p) - Y_2(p)) \\ &= H_1(p) (U(p) - H_2(p) \cdot U_2(p)) \\ &= H_1(p) (U(p) - H_2(p) \cdot Y(p)). \end{aligned}$$

Vyjádříme nakonec

$$Y(p) + H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot Y(p) = H_1(p) \cdot U(p),$$

a je

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p) \cdot H_2(p)}.$$

Přenos systému s jednoduchou **zápornou zpětnou vazbou** je dán poměrem přenosu přímé větve ku přenosu celé rozpojené smyčky zvětšenému o 1.

Pokud je zpětný signál na vstupu přičítán, hovoříme o **kladné zpětné vazbě** a znaménko ve jmenovateli je opačné

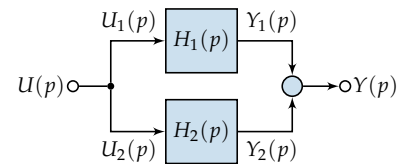
$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 - H_1(p) \cdot H_2(p)}.$$

Dynamické vlastnosti

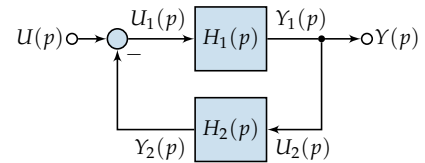
Na dynamických vlastnostech a časových odezvách se podílejí póly $[p_{1\infty\mu}, p_{2\infty\mu}]$ dílčích přenosových funkcí.

Pro

- kaskádní spojení se poloha pólů nemění,



Obrázek 2: Paralelní zapojení dvou subsystémů



Obrázek 3: Zpětnovazební zapojení dvou subsystémů se zápornou zpětnou vazbou. Přenos přímé větve je $H_1(p)$, přenos rozpojené zpětnovazební smyčky je $H_1(p) \cdot H_2(p)$.

- **paralelní** spojení se poloha pólů nemění, ale
- **zpětnovazební** spojení se poloha pólů *významně* mění.

Příklad 1 (Spojitý případ). Do série s nestabilním systémem druhého řádu

$$H_1(p) = \frac{p^2 + 3p + 2}{p^2 - p + 1}$$

je zapojen zesilovací člen se zesílením A . Systém je uzavřen zápornou zpětnou vazbou. Určete $H(p)$.

Řešení:

Přenos záporné zpětné vazby je

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p) \cdot A}.$$

a tedy

$$H(p) = \frac{p^2 + 3p + 2}{p^2 - p + 1} \cdot \frac{p^2 - p + 1}{p^2 - p + 1 + A p^2 + 3A p + 2A}$$

Výsledek je

$$H(p) = A \frac{p^2 + 3p + 2}{(A + 1)p^2 + (3A - 1)p + 2A + 1}$$

□

Příklad 2 (Diskrétní případ). Do série se stabilním diskrétním systémem druhého řádu

$$H_1(z) = \frac{z^2 - 2z}{z^2 - \frac{1}{4}}$$

je zapojen zesilovací člen se zesílením $\alpha > 0$. Systém je uzavřen kladnou zpětnou vazbou. Určete výsledný přenos $H(z)$.

Řešení:

Přenos kladné zpětné vazby je

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{H_1(z)}{1 - H_1(z) \cdot \alpha}.$$

a tedy

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z}{z^2 - \frac{1}{4}} \cdot \frac{z^2 - \frac{1}{4}}{z^2 - \frac{1}{4} - (\alpha z^2 - 2\alpha z)}.$$

Výsledný přenos systému je

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z}{(1 - \alpha)z^2 + 2\alpha z - \frac{1}{4}}$$

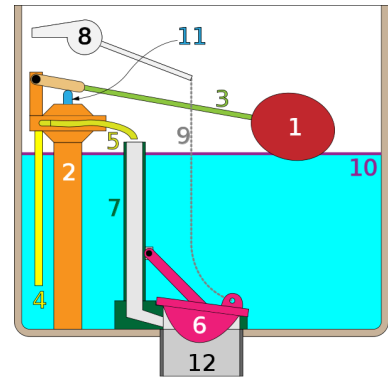
□

Příklady zpětnovazebních systémů

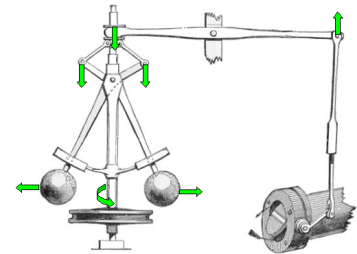
V reálném světě okolo nás se ze zpětnovazebními zapojeními setkáváme velmi často, aniž si to mnohdy uvědomujeme.

Asi nejčastěji se vyskytující mechanické zařízení se zpětnou vazbou v našem okolí je uvedeno na obrázku 4. Najdete jej v každé nádrži splachovacího WC.

Velmi často se i dnes setkáme s odstředivým regulátorem otáček (často se mu ne zcela přesně říká Wattův odstředivý regulátor), jenž byl původně součástí parních strojů, ale i dnes jej najdeme například ve jako součást bicího mechanismu velkých věžních hodin. Původní Wattův regulátor je znázorněn na obrázku 5.



Obrázek 4: Plovákový ventil udržující stálou hladinu kapaliny v nádrži. Převzato z Wikipedie



Obrázek 5: Wattův odstředivý regulátor rychlosti. Převzato z Wikipedie