

Spojování systémů. Kladná a záporná zpětná vazba.

Modelování systémů a procesů (11MSP)

Bohumil Kovář, Jan Příkryl, Miroslav Vlček

Ústav aplikované matematiky
ČVUT v Praze, Fakulta dopravní

11. přednáška 11MSP
čtvrtek 11. května 2015

verze: 2015-05-11 15:13



Obsah přednášky

① Spojování systémů

Kaskádní

Paralelní

Zpětnovazební

Dynamické vlastnosti

② Početní příklady



Spojování subsystémů a vazby mezi systémy

Tři základní typy vazeb

Subsystémy mohou být spojeny třemi typy vazeb:

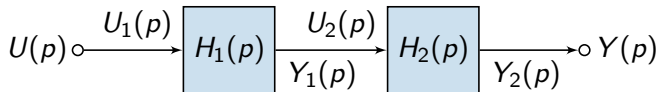
kaskádní (do série) – $H(p) = H_1(p) \cdot H_2(p)$

paralelní – $H(p) = H_1(p) + H_2(p)$

zpětnovazební – $H(p) = \frac{H_1(p)}{1 \pm H_1(p) \cdot H_2(p)}$



Kaskádní řazení

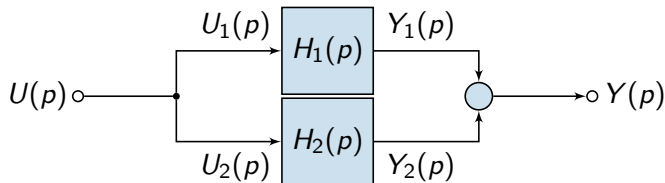


Pro výslednou přenosovou funkci kaskádního řazení dvou subsystémů platí

$$H(p) = \frac{Y_1(p)}{U(p)} \cdot \frac{Y(p)}{Y_1(p)} = \frac{Y_1(p)}{U_1(p)} \cdot \frac{Y(p)}{U_2(p)} = H_1(p) \cdot H_2(p).$$



Paralelní řazení

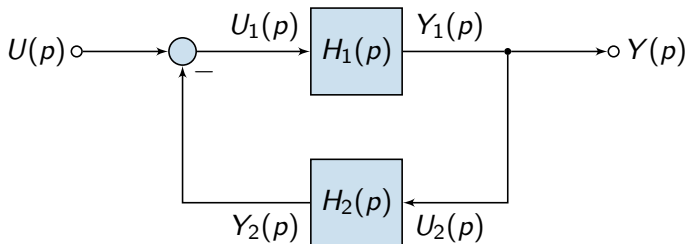


Pro výslednou přenosovou funkci paralelního řazení dvou subsystémů platí

$$H(p) = \frac{Y_1(p)}{U(p)} + \frac{Y_2(p)}{U(p)} = H_1(p) + H_2(p).$$



Zpětnovazební řazení



Pro výslednou přenosovou funkci zpětnovazebního řazení dvou subsystémů odvodíme postupně

$$\text{na výstupu} \quad Y_1(p) = Y(p) = U_2(p)$$

$$\text{na vstupu} \quad U_1(p) = U(p) - Y_2(p).$$



Nyní vyjádříme výstupní $Y_1(p)$ a $Y_2(p)$ pomocí dílčích přenosových funkcí a dostaneme

$$\begin{aligned} Y(p) &= Y_1(p) = H_1(p) \cdot U_1(p) \\ &= H_1(p) (U(p) - Y_2(p)) \\ &= H_1(p) (U(p) - H_2(p) \cdot U_2(p)) \\ &= H_1(p) (U(p) - H_2(p) \cdot Y(p)). \end{aligned}$$

Vyjádříme nakonec

$$Y(p) + H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot Y(p) = H_1(p) \cdot U(p),$$

a je

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p) \cdot H_2(p)}.$$



Přenos systému s jednoduchou **zápornou zpětnou vazbou** je dán poměrem přenosu přímé větve ku přenosu celé rozpojené smyčky zvětšenému o 1.

Pokud je zpětný signál na vstupu přičítán, hovoříme o **kladné zpětné vazbě** a znaménko ve jmenovateli je opačné

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 - H_1(p) \cdot H_2(p)}.$$



Dynamické vlastnosti spojovaných subsystémů

Na dynamických vlastnostech a časových odezvách se podílejí póly $[p_{\infty 1}, p_{\infty 2}]$ dílčích přenosových funkcí.

Pro

- kaskádní spojení se poloha pólů nemění,
- paralelní spojení se poloha pólů nemění, ale
- zpětnovazební spojení se poloha pólů **významně** mění.



Obsah přednášky

① Spojování systémů

② Početní příklady

Spojité případy

Diskrétní případy

Příklady zpětnovazebních systémů



Dynamické vlastnosti spojených subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

Do série s nestabilním systémem druhého řádu

$$H_1(p) = \frac{p^2 + 3p + 2}{p^2 - p + 1}$$

je zapojen zesilovací člen se zesílením A . Systém je uzavřen zápornou zpětnou vazbou. Určete $H(p)$.



Dynamické vlastnosti spojených subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

Přenos záporné zpětné vazby je

$$H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p) \cdot A}.$$

a tedy

$$H(p) = \frac{p^2 + 3p + 2}{p^2 - p + 1} \frac{p^2 - p + 1}{p^2 - p + 1 + Ap^2 + 3Ap + 2A}$$



Dynamické vlastnosti spojovaných subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

Výsledek je

$$H(p) = A \frac{p^2 + 3p + 2}{(A + 1)p^2 + (3A - 1)p + 2A + 1}$$



Dynamické vlastnosti spojovaných subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

Do série se stabilním diskretním systémem druhého řádu

$$H_1(z) = \frac{z^2 - 2z}{z^2 - \frac{1}{4}}$$

je zapojen zesilovací člen se zesílením $\alpha > 0$. Systém je uzavřen kladnou zpětnou vazbou. Určete výsledný přenos $H(z)$.



Dynamické vlastnosti spojovaných subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

Přenos kladné zpětné vazby je

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{H_1(z)}{1 - H_1(z) \cdot \alpha}.$$

a tedy

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z}{z^2 - \frac{1}{4}} \cdot \frac{z^2 - \frac{1}{4}}{z^2 - \frac{1}{4} - (\alpha z^2 - 2\alpha z)}.$$



Dynamické vlastnosti spojovaných subsystémů

Příklad – nalezení výsledné přenosové funkce

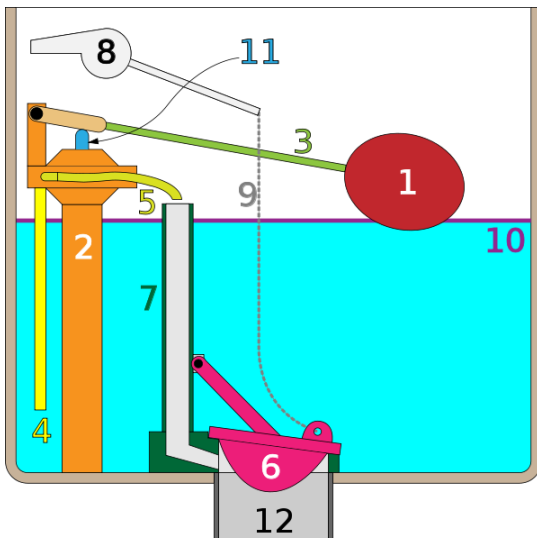
Výsledný přenos systému je

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z}{(1 - \alpha)z^2 + 2\alpha z - \frac{1}{4}}$$



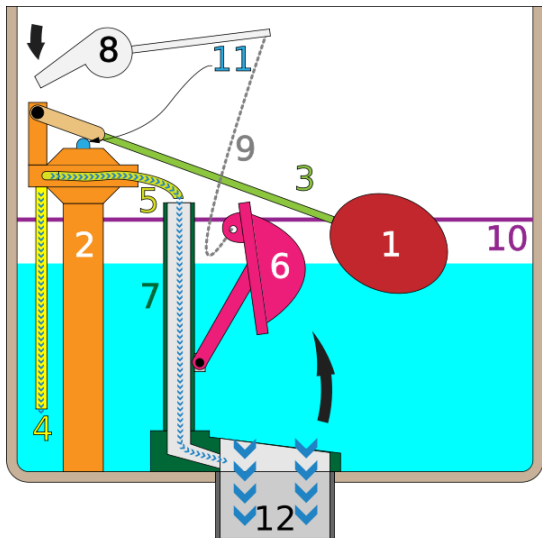
Zpětná vazba

Plovákový ventil



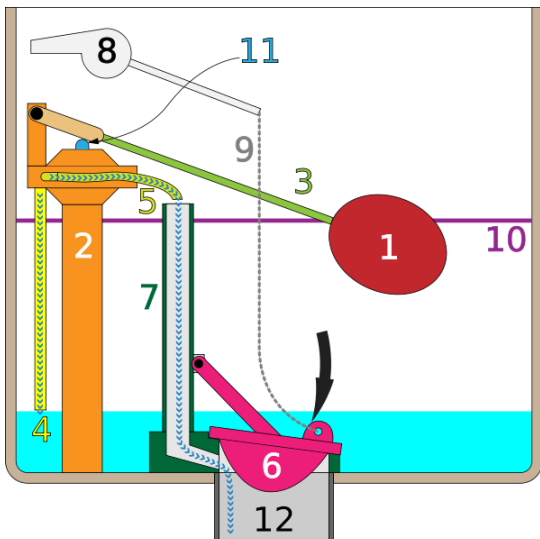
Zpětná vazba

Plovákový ventil



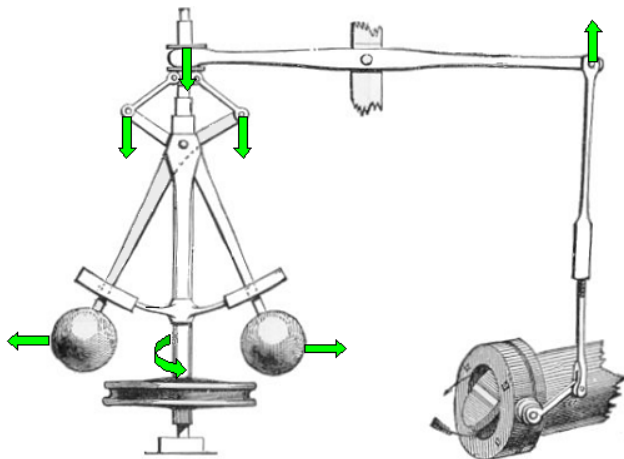
Zpětná vazba

Plovákový ventil



Zpětná vazba

Odstředivý regulátor



Zpětná vazba Tempomat

