Department of Applied Mathematics
Faculty of Transportation Sciences
Czech Technical University in Prague

Dopravní plánování a modelování (11 DOPM)

Lekce 7:
FSM: Trip assignment

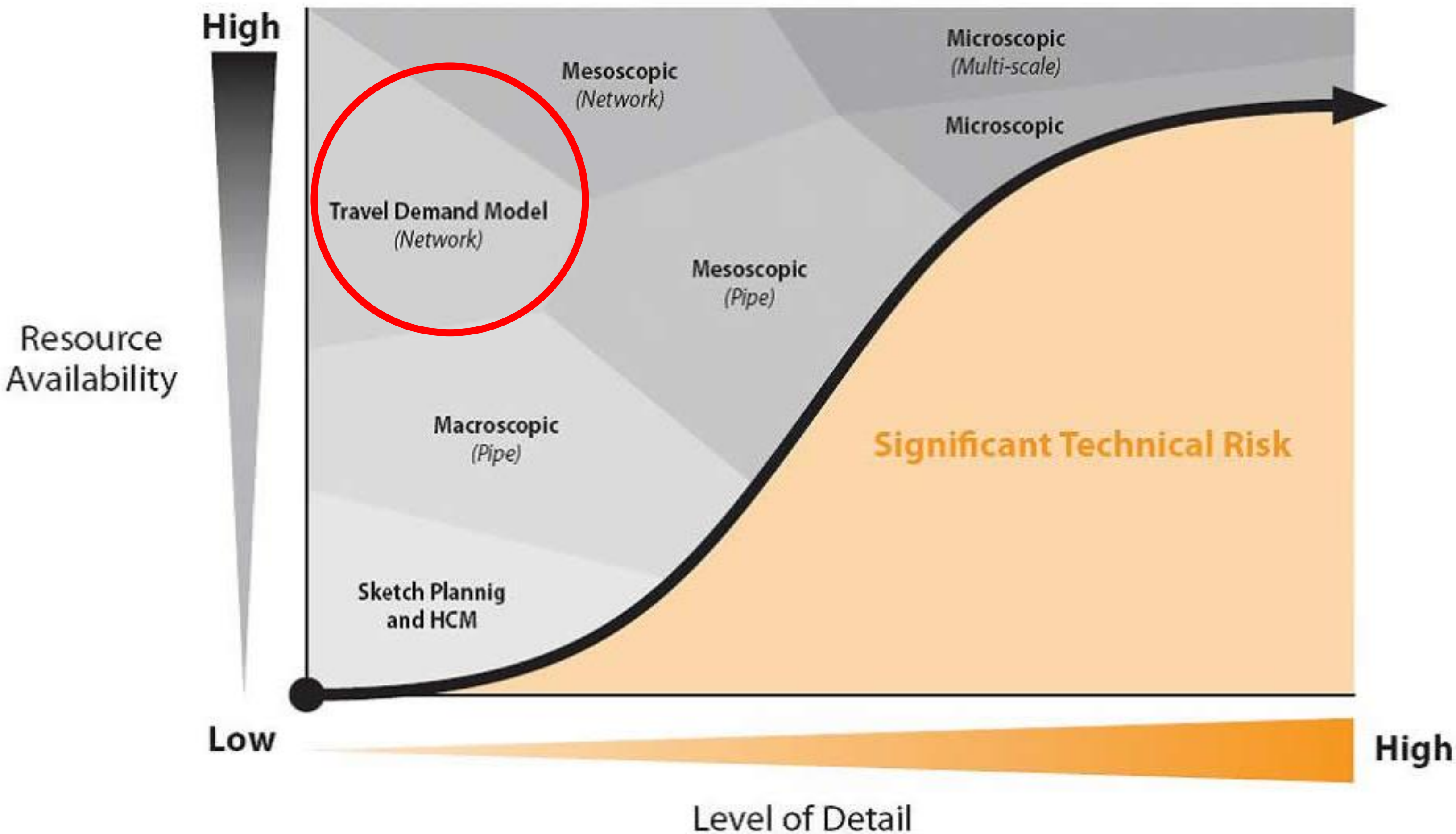
Prof. Ing. Ondřej Přibyl, Ph.D.

Ing. Milan Kříž

Obsah přednášky

- Úvod
- Obecný postup
- Hledání tras
- Zatížení tras
- Specifika veřejné dopravy

Úvod



Source: http://ops.fhwa.dot.gov/wz/traffic_analysis/tatv9_wz/sec4.htm

Obecný postup

- 3 fáze:
  - nalezení tras (resp. spojení)
  - test vhodnosti nalezených tras
  - zatížení vybraných tras proudy
- Vstupní data
  - dopravní síť a její topologie
  - matice přemísťovacích vztahů T_{ijk} (ve vozidlech nebo cestujících)

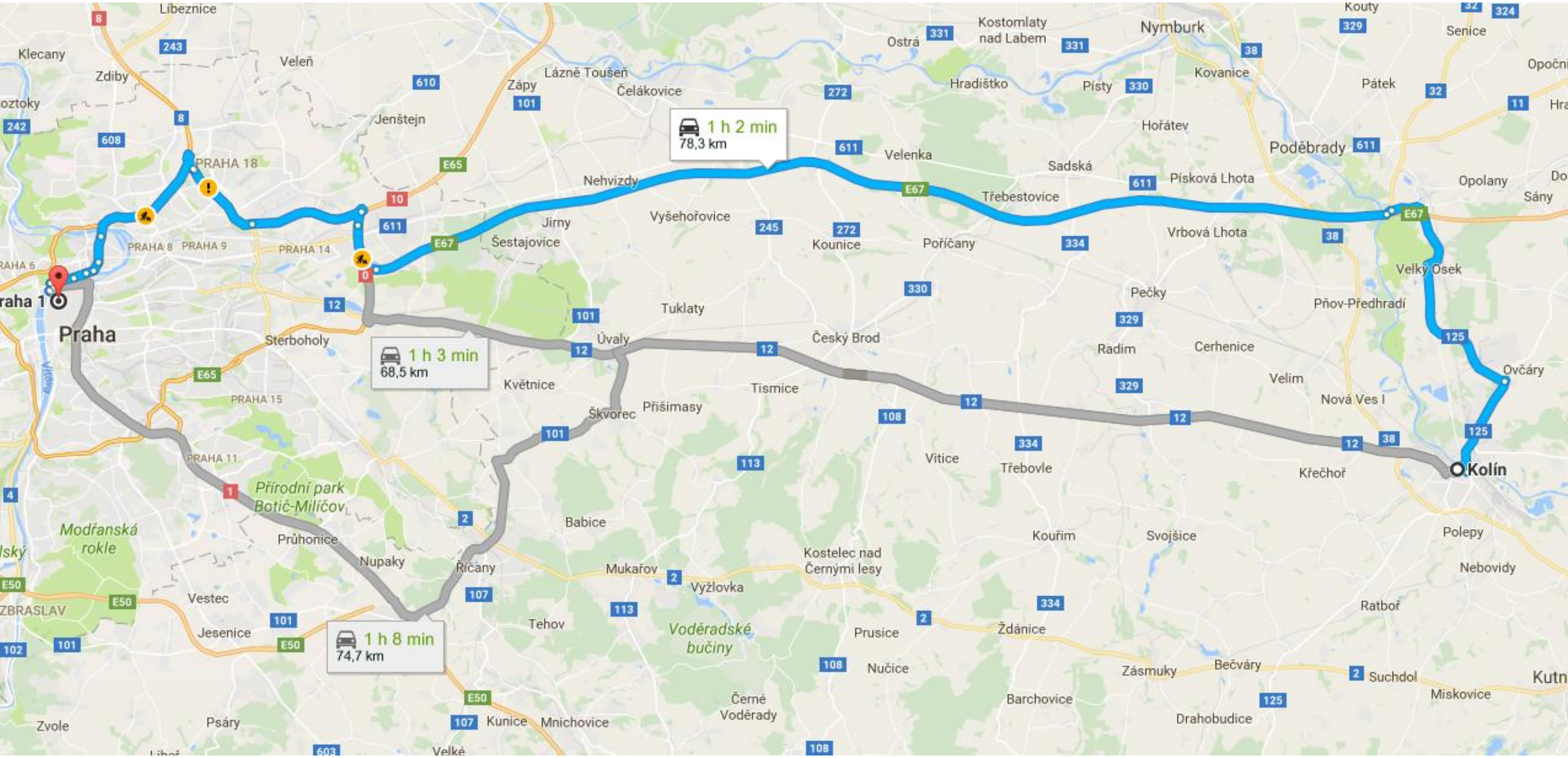
Faktory volby trasy

- Jízdní doba při volném dopravním proudu (doba strávená ve vozidle podle jízdního řádu)
- Prodloužení jízdní doby na úsecích (kapacita, zpoždění)
- Prodloužení jízdní doby v uzlech (přestupní doba, doba čekání při přestupu, řízení křižovatek)
- Poplatky za použití úseků (mýto apod.)
- Délka trasy (spotřeba paliva)
- Místní znalost uživatelů

Přidělení na síť individuální dopravy

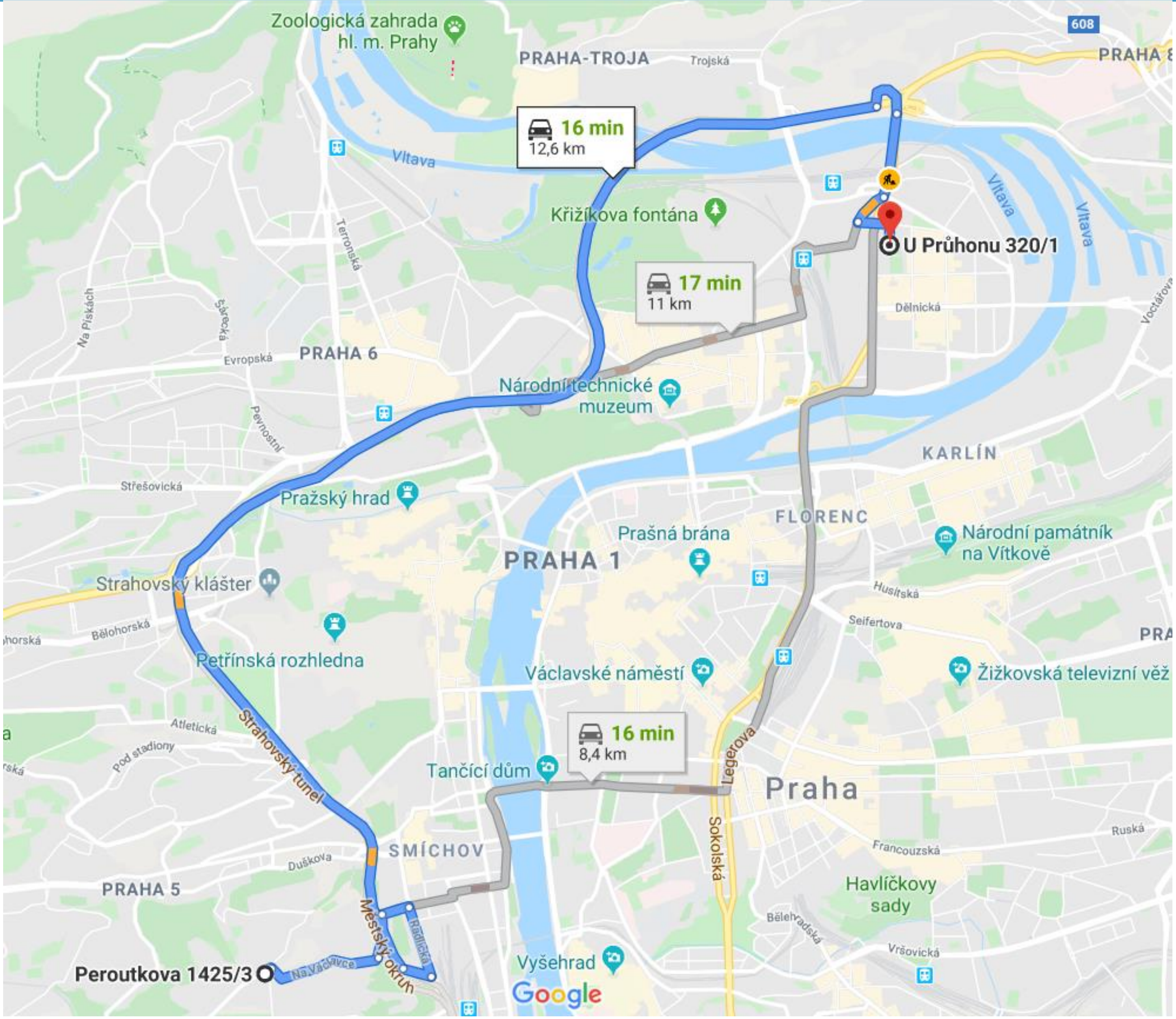
- Jízdní doby závisí na zatížení úseků, případně uzlů
- Vzdálenost nepůsobí přímo jako nákladová veličina
- Celková doba cesty může být spojena s dalšími veličinami (peněžní náklady, dostupnost dopravních prostředků, zatížení, poplatky apod.)
- Z důvodu vysoké subjektivity posuzování nákladových veličin bývá užito více veličin do funkce generalizovaných nákladů

Praha - Kolín



11 DOPM – O. Přibyl, M. Kříž

Smíchov - Holešovice



Hledání tras

- Je nutné najít všechny relevantní trasy (spojení) pro každou dvojici zdroj – cíl
  - trasa je posloupnost uzlů a úseků
- Metody:
  - obvykle hledání nejkratší cesty
  - možné též hledání více cest najednou
  - každá metoda může být deterministická nebo stochastická

Nejkratší cesta (deteministická)

- Jsou k dispozici úplné informace o jednotlivých síťových prvcích a příslušných nákladech
- Jasně definovaný a známý problém
- Možnosti řešení:
  - Dijsktrův algoritmus
  - Dantzigův algoritmus
  - Fordův algoritmus
  - …

Nejkratší cesta (stochastická)

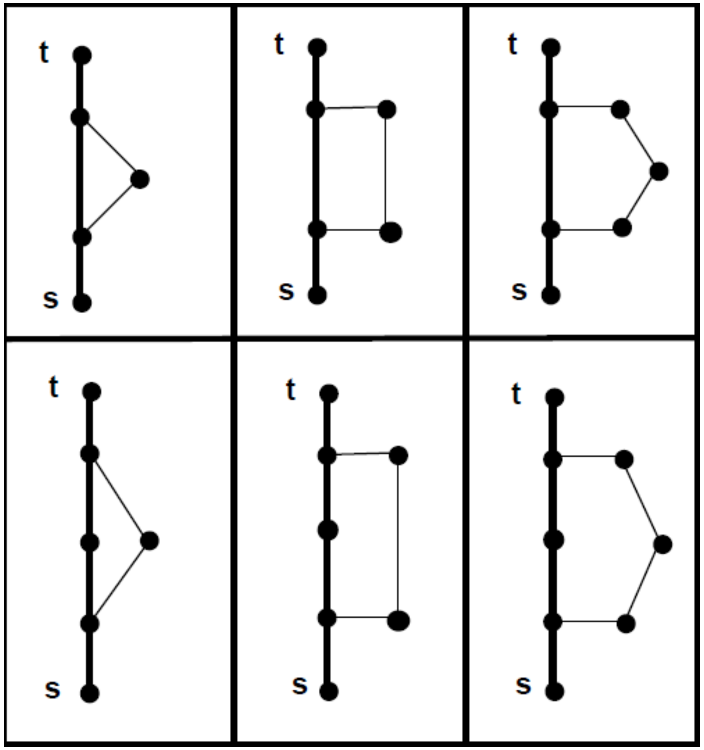
- Neúplné a různé informace o jednotlivých síťových prvcích $\rightarrow$ různé přisuzované náklady a jejich hodnocení
- Různé hodnocení není systematické, ale náhodné
- Náklad je uvažován jako náhodná veličina s pravděpodobnostním rozdělením
  - obecně normální rozdělení
  - z důvodů výpočtů se uvažuje např. rovnoměrné rozdělení

Více cest najednou

- Testy na smysluplnost jednotlivých nalezených cest
- Deterministické:
  - „nepravé“ algoritmy založené na opakování hledání nejkratší cesty se systematickou obměnou nákladů na úsecích (zvýšení nákladů o konstantní hodnotu na úsecích, které byly součástí nalezené nejkratší cesty)
  - „pravé“ algoritmy, které nalézají najednou několik cest při testování délky trasy, její relevantnosti atd.
- Stochastické:
  - „nepravé“ algoritmy založené na opakování hledání nejkratší cesty s náhodnou obměnou nákladů na úsecích
  - „pravé“ algoritmy, které nalézají najednou několik cest při testování délky trasy, její relevantnosti atd.

Testování tras

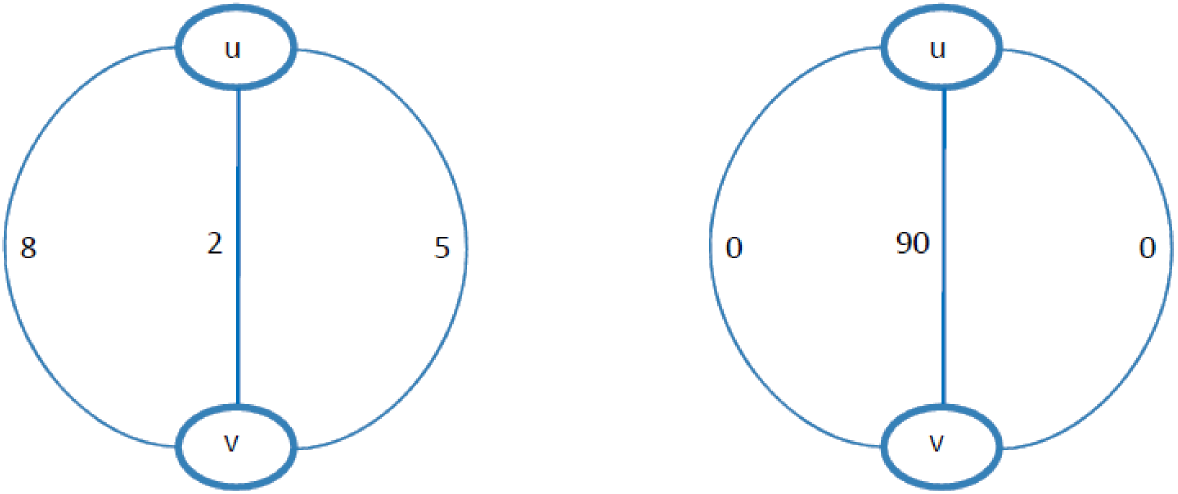
- Relevantnost



- Test délky trasy – zpravidla nalezená trasa nesmí být delší, než je zvolený k-násobek nejkratší cesty (např. k = 1,4 u městské sítě a 1,25 v extravilánu)

Zatížení podle nejkratší trasy

- Deterministické
- Vše přiřazeno na nejkratší trasu (špatné výsledky na velkých sítích s množstvím alternativních tras nebo na velmi zatížených sítích)
- All-or-nothing



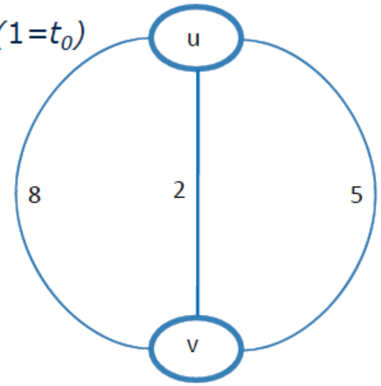
Zatížení podle nejkratší trasy

- Inkrementální (přírůstkové, postupné) - deterministické
- Poptávka (matice) je rozdělena na části
- Postupně je přidělována na síť
- Po každém kroku se změní zatížení úseků a tím i jízdní doby (přes CR-funkce)
- V každém kroku mohou vyjít jiné nejkratší trasy
- Lepší než All-or-nothing, ale i tak velmi omezená schopnost zobrazovat skutečný provoz

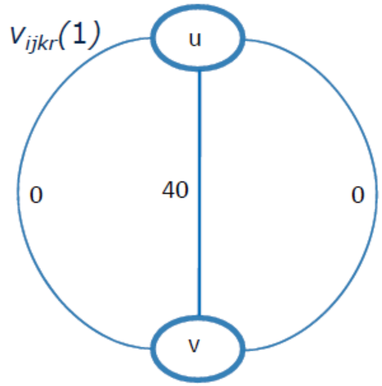
Zatížení podle nejkratší trasy (inkrementální)

$v_{ijk} = 90$
$v_{ijk}(1) = 40$
$v_{ijk}(2) = 30$
$v_{ijk}(3) = 20$

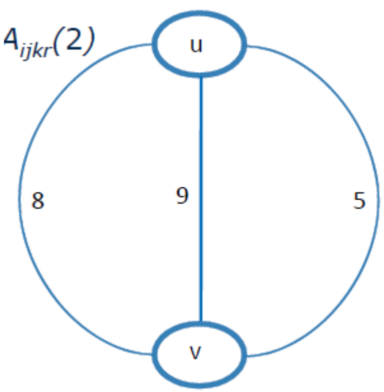
$A_{ijkr}(1=t_0)$



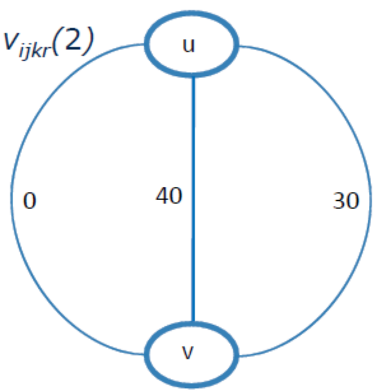
$v_{ijkr}(1)$



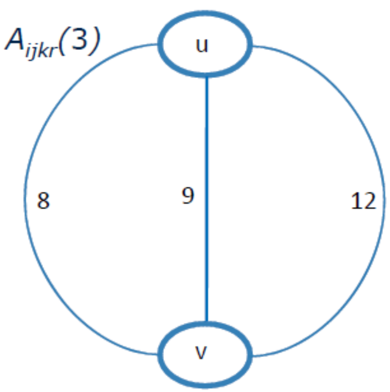
$A_{ijkr}(2)$



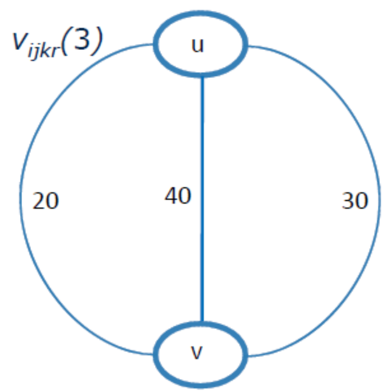
$v_{ijkr}(2)$



$A_{ijkr}(3)$



$v_{ijkr}(3)$



Zatížení podle nejkratší trasy (inkrementální) - příklad

- Zadání

	Trasa 1	Trasa 2	trasa 3
T0	2	3	4
Qmax	80	60	40

Krok	Tijk
1	50
2	40
3	30
4	20
5	10

CR-funkce	
a	2
b	3

$$t_{akt} = t_0 \cdot \left(1 + a \cdot \left(\frac{q}{q_{\max}} \right)^b \right)$$

- Řešení

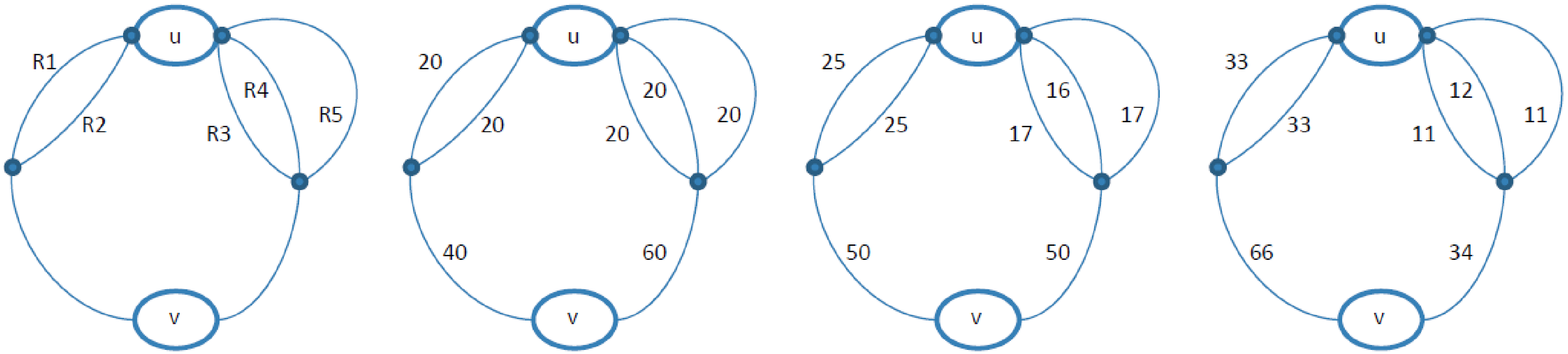
Krok	t_{akt} 1	t_{akt} 2	t_{akt} 3	Přidělení 1	Přidělení 2	Přidělení 3	Zatížení 1	Zatížení 2	Zatížení 3
1	2,000	3,000	4,000	50			50		
2	2,977	3,000	4,000	40			90		
3	7,695	3,000	4,000		30		90	30	
4	7,695	3,750	4,000		20		90	50	
5	7,695	6,472	4,000			10	90	50	10
Výsledek							90	50	10

Zatížení podle nejkratší trasy

- Stochastické
- Místo deterministického hledání nejkratší cesty použijeme stochastické hledání nejkratší cesty
- Opět možno též inkrementální přístup

Zatížení na více tras

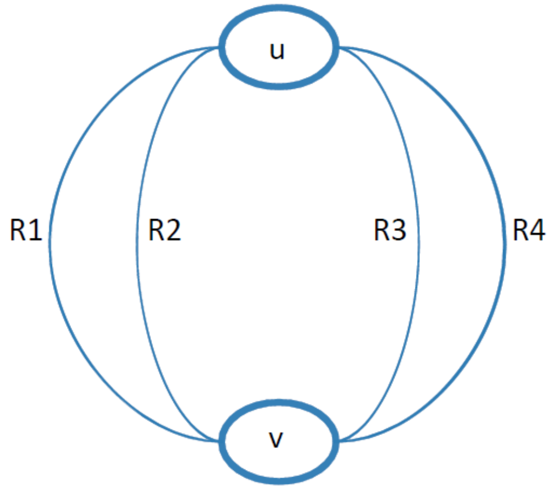
- Obecně přiděluji zátěž na více nalezených tras najednou
- Přemísťovací vztah T_{ijk} přiděluji současně na více cest



Zatížení na více tras (deterministické)

- Použití pravidla určitého pro rozdělení proudu:

$$T_{ijkr} = \frac{f(X_{ijkr})}{\sum_r f(X_{ijkr})} \cdot T_{ijk}$$



Kirchhoffovo pravidlo

- Odvozeno z elektrotechniky

$$I_n = \frac{\frac{1}{R_n}}{\sum_n \frac{1}{R_n}} \cdot I_G$$

$$T_{ijkr} = \frac{\frac{1}{X_{ijkr}}}{\sum_r \frac{1}{X_{ijkr}}} \cdot T_{ijk}$$

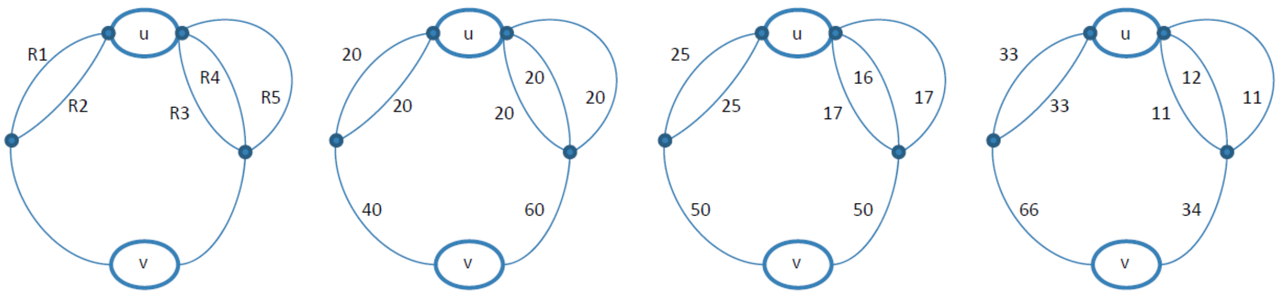
$$T_{ijkr} = \frac{{X_{ijkr}}^{-\alpha}}{\sum_r {X_{ijkr}}^{-\alpha}} \cdot T_{ijk}$$

Aplikace logitového modelu

- klasický multinomiální logit model

$$T_{ijkr} = \frac{e^{(-\beta \cdot X_{ijkr})}}{\sum_r e^{(-\beta \cdot X_{ijkr})}} \cdot T_{ijk}$$

- problematika IIA



C-logit model

- pracuje s mírou podobnosti *c* (commonality factor)

$$c_{ijkr} = \frac{L_{ijkrr'}}{\sqrt{L_{ijkr} \cdot L_{ijkr'}}} \cdot T_{ijk}$$

- $L_{ijkrr'}$ - délka společného úseku; L_{ijkr}, $L_{ijkr'}$ – délka trasy

- Nezávislost trasy: $E_{ijkr} = \frac{1}{\sum_r c_{ijkr}}$

$$T_{ijkr} = \frac{E_{ijkr} \cdot e^{(-\beta \cdot X_{ijkr})}}{\sum_r E_{ijkr} \cdot e^{(-\beta \cdot X_{ijkr})}} \cdot T_{ijk}$$

Zatížení na více tras (deterministické)

- Inkrementální zatížení na více tras (deterministické)
  - matice se na začátku rozdělí do *n* částí
  - v každém kroku je zpracována pouze jedna část
  - po *n* krocích je algoritmus ukončen

Zatížení na více tras (stochastické)

- Nepoužívá se deterministické pravidlo pro rozdělení přemísťovacích vztahů
- Provádí se opakovaná simulace, kde jsou jednotlivé trasy vybírány s různou četností
- Výsledná pravděpodobnost výběrů trasy *r:*

$$P_{ijkr} = \frac{\sum_S N_{ijkrS}}{N_S}$$

- N_S – počet simulací; N_{ijkrS} – počet simulací, kde je vybrána trasa r

Equilibrium assignment

- Rovnovážné přidělení pracuje tak, že zatížení sítě je neustále měněno tak, aby byla optimalizována kriteriální funkce
- Deterministická rovnováha (deterministic user equilibrium)
  - Všichni uživatelé mají 100 % informací o nákladech na jednotlivých úsecích
  - Uživatelé minimalizují svoje náklady na síti pomocí volby trasy
    - na všech relacích k dané dvojici zdroj – cíl jsou ve výsledku stejné (zobecněné) náklady
    - na každé alternativní trase jsou náklady vyšší
    - žádný uživatel si nepomůže změnou trasy ke snížení nákladů
    - (tzv. První Wardropův princip)

Equilibrium assignment (MSA)

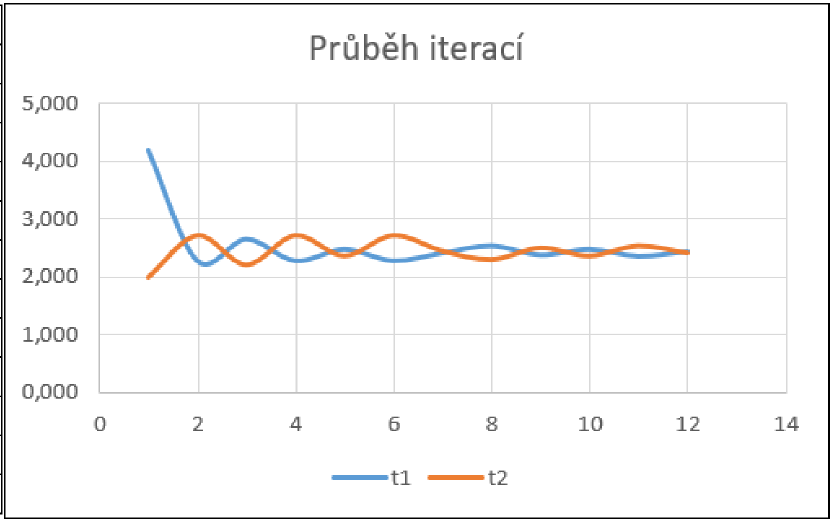
- Method of Successive Averages
  1. Urči výchozí hodnoty nákladů na úsecích (zpravidla pro volný dopravní proud). Výchozí proudy Va = 0; n = 0.
  2. Vytvoř stromy nejkratších cest pro všechny zdroje a cíle, n = n + 1.
  3. Aplikuj metodu „all-or-nothing“ na celou přidělovanou matici a vytvoř tím pomocné proudy Fa.
  4. Spočítej aktuální proudy: $V_a^n = (1-\phi)V_a^{n-1} + \phi F_a; 0 \leq \phi \leq 1$
  5. Spočítej nové hodnoty nákladů na jednotlivých úsecích (závislost nákladů na poptávce). Pokud není splněno iterační kritérium, vrať se na krok 2, jinak konec.

$\phi = konst.$ nebo se užívá: $\phi = \frac{1}{n}$

MSA - příklad

- T_{ijk} = 90 cest; CR-funkce jsou typu BPR1 (a = 2, b =3)
- Trasa 1: $t_0 = 2$, $C_1 = 110$
- Trasa 2: $t_0 = 3$, $C_2 = 80$
- $\phi = \frac{1}{n}$

iterace	F1	F2	ϕ	V1	V2	t1	t2
1	90	0	1,000	90,000	0,000	4,191	2,000
2	0	90	0,500	45,000	45,000	2,274	2,712
3	90	0	0,333	60,000	30,000	2,649	2,211
4	0	90	0,250	45,000	45,000	2,274	2,712
5	90	0	0,200	54,000	36,000	2,473	2,365
6	0	90	0,167	45,000	45,000	2,274	2,712
7	90	0	0,143	51,429	38,571	2,409	2,448
8	90	0	0,125	56,250	33,750	2,535	2,300
9	0	90	0,111	50,000	40,000	2,376	2,500
10	90	0	0,100	54,000	36,000	2,473	2,365
11	0	90	0,091	49,091	40,909	2,356	2,535
12	90	0	0,083	52,500	37,500	2,435	2,412



Equilibrium (Lohse)

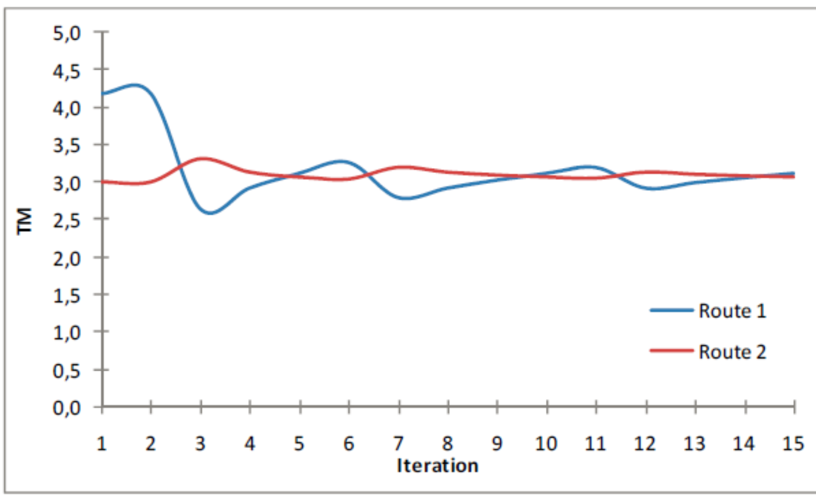
- Zobrazuje „proces učení“ uživatelů při použití sítě (iterativní algoritmus)
- Uživatelé vycházejí z předchozích zkušeností při volbě trasy na dané relaci
- Výchozí řešení je výsledek přidělení All-or-nothing
- Opakovaně je hledána nejkratší trasa, přičemž hodnoty nákladů jsou odvozeny z nákladů při aktuálním zatížení a z nákladů při předchozím výpočtu

$$t_S(n+1) = t_S(n) + \Delta \cdot \big(t_M(n) - t_S(n)\big);\ 0 \leq \Delta \leq 1$$

- Δ - parametr učení, *n* – pořadí iterace, t_S – náklad vnímaný uživatelem, t_M – skutečný náklad

Equilibrium (Lohse) - výpočet

- T_{ijk} = 90 cest; CR-funkce jsou typu BPR1 (a = 2, b =3)
- Trasa 1: t_0 = 2, C_1 = 110
- Trasa 2: t_0 = 3, C_2 = 80
- $\Delta = 0{,}4$



	TS(n)		Bestweg		Anzahl Bestweg		Routensplit		TM	
Iteration	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2
1	2,000	3,000	1	0	1	0	90,000	0,000	4,191	3,000
2	2,876	3,000	1	0	2	0	90,000	0,000	4,191	3,000
3	3,402	3,000	0	1	2	1	60,000	30,000	2,649	3,316
4	3,101	3,127	1	0	3	1	67,500	22,500	2,924	3,133
5	3,030	3,129	1	0	4	1	72,000	18,000	3,122	3,068
6	3,067	3,105	1	0	5	1	75,000	15,000	3,268	3,040
7	3,147	3,079	0	1	5	2	64,286	25,714	2,798	3,199
8	3,008	3,127	1	0	6	2	67,500	22,500	2,924	3,133
9	2,974	3,130	1	0	7	2	70,000	20,000	3,031	3,094
10	2,997	3,115	1	0	8	2	72,000	18,000	3,122	3,068
11	3,047	3,096	1	0	9	2	73,636	16,364	3,200	3,051
12	3,108	3,078	0	1	9	3	67,500	22,500	2,924	3,133
13	3,035	3,100	1	0	10	3	69,231	20,769	2,997	3,105
14	3,020	3,102	1	0	11	3	70,714	19,286	3,063	3,084
15	3,037	3,095	1	0	12	3	72,000	18,000	3,122	3,068

Stochastic equilibrium

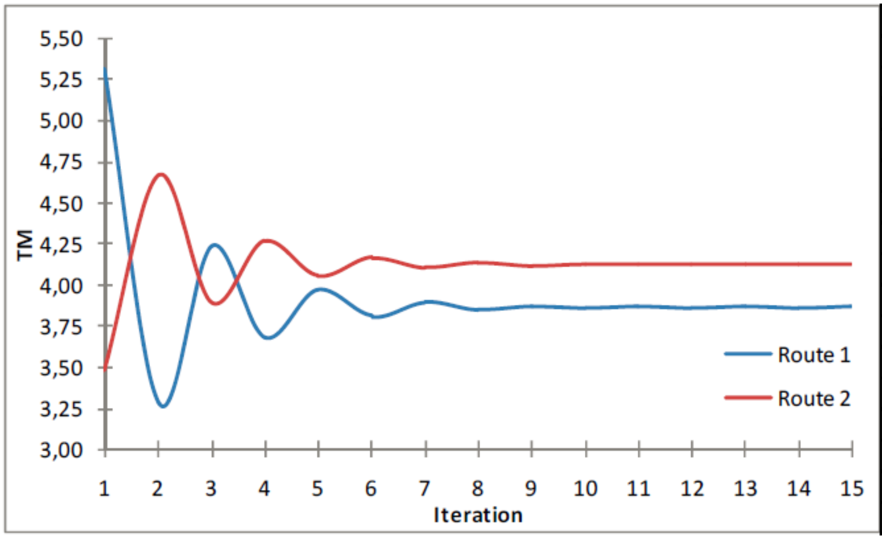
- Stochastická rovnováha
  - Uživatelé nemají 100 % informací o nákladech na jednotlivých úsecích
    - Kvantifikace nákladů a jejich ohodnocení uživateli vstupují do výpočtu jako náhodné veličiny
  - Uživatelé minimalizují svoje náklady na síti pomocí volby trasy
    - na všech relacích k dané dvojici zdroj – cíl jsou ve výsledku různé náklady
    - uživatel by si mohl pomoci změnou trasy ke snížení nákladů, ale svoji vybranou trasu on sám považuje za nejlepší (i když tomu tak není)

Stochastic equilibrium

- Různé algoritmy
- Např. proces učení se stochastickým zatížením na více tras
- Uživatelé opět vycházejí z předchozích zkušeností při volbě trasy na dané relaci
- Navíc vstupuje do výpočtu rozdělovací pravidlo pro více tras (např. logit) pro lepší výpočet volby

Stochastic equilibrium (výpočet)

- Rozdělovací pravidlo skrze logit model
- T_{ijk} = 100 cest; CR-funkce jsou typu BPR1 (a = 2, b =3)
- Trasa 1: t_0 = 2, C_1 = 70 Trasa 2: t_0 = 3, C_2 = 80
- $\Delta = 0{,}4$ $\beta = 0{,}65$



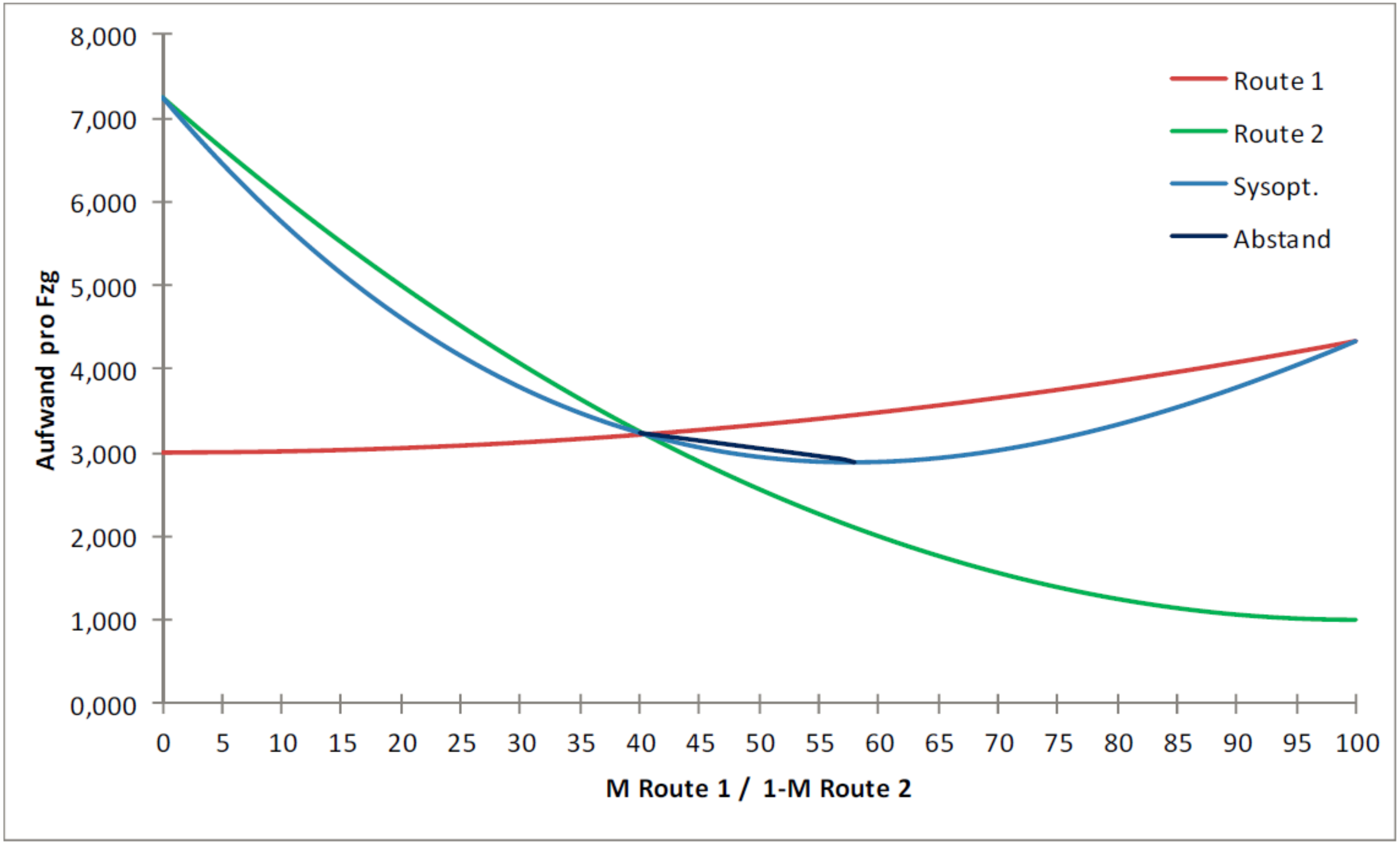
	TS(n)		Bewertung		Routensplit		TM	
Iteration	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2	Route 1	Route 2
1	2,000	3,000	0,273	0,142	65,701	34,299	5,307	3,473
2	3,323	3,189	0,115	0,126	47,827	52,173	3,276	4,664
3	3,304	3,779	0,117	0,086	57,659	42,341	4,236	3,890
4	3,677	3,823	0,092	0,083	52,381	47,619	3,676	4,265
5	3,676	4,000	0,092	0,074	55,241	44,759	3,966	4,051
6	3,792	4,020	0,085	0,073	53,702	46,298	3,806	4,163
7	3,798	4,077	0,085	0,071	54,533	45,467	3,891	4,101
8	3,835	4,087	0,083	0,070	54,085	45,915	3,845	4,134
9	3,839	4,106	0,082	0,069	54,326	45,674	3,870	4,117
10	3,851	4,110	0,082	0,069	54,196	45,804	3,856	4,126
11	3,853	4,117	0,082	0,069	54,266	45,734	3,864	4,121
12	3,857	4,118	0,081	0,069	54,229	45,771	3,860	4,124
13	3,858	4,120	0,081	0,069	54,249	45,751	3,862	4,122
14	3,860	4,121	0,081	0,069	54,238	45,762	3,861	4,123
15	3,860	4,122	0,081	0,069	54,244	45,756	3,861	4,123

11 DOPM – O. Přibyl, M. Kříž

Optimum v systému (Social equilibrium)

- Velice málo používané
- Minimalizace nákladů všech uživatelů dohromady
- (tzv. Druhý Wardropův princip)
- Nehledáme optimum každého uživatele, ale optimum celku
- Někteří uživatelé jsou znevýhodněni v zájmu celku
- Předpokládá se zpravidla centrální řídicí systém (např. všichni mají navigaci GPS a jedou podle ní)

Rovnováha vs. systémové optimum

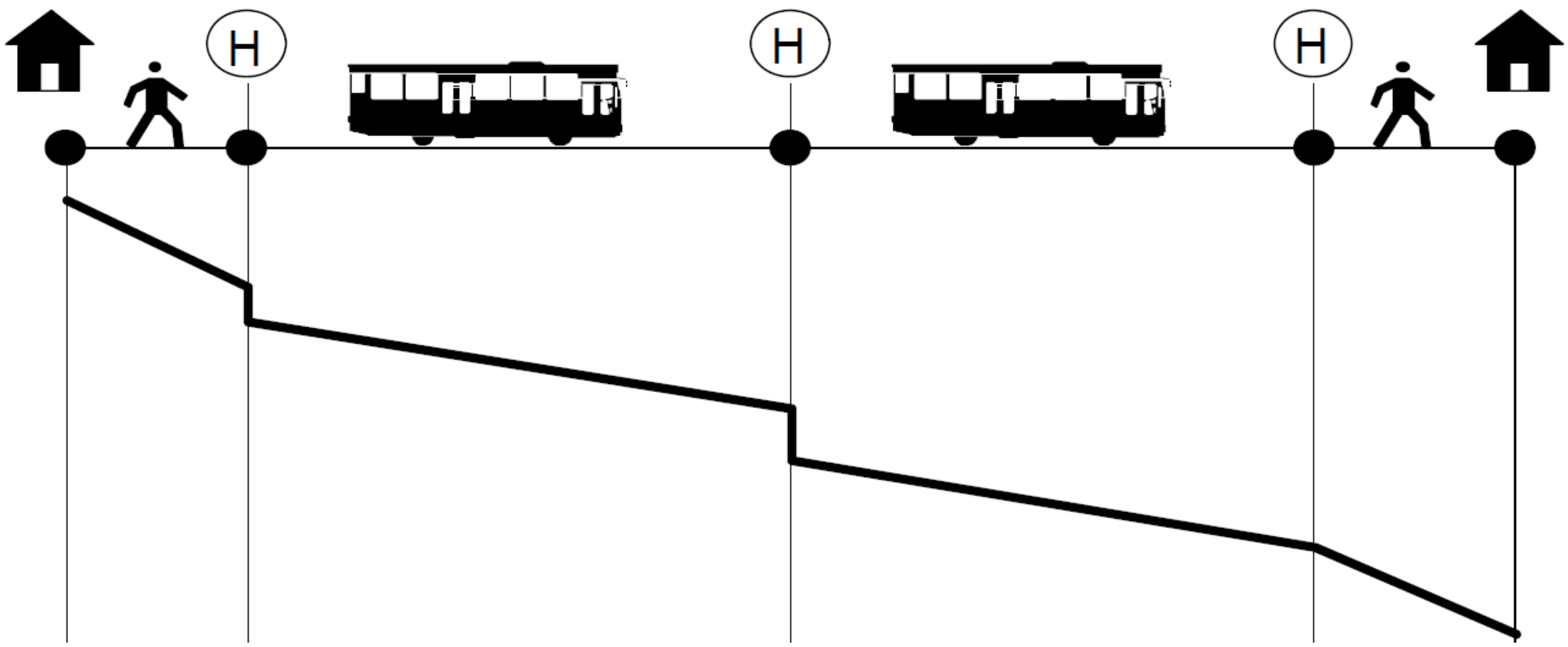


DUE – SE = „The Price of Anarchy“ (PoA)

Dynamické přidělení na síť

- Doposud uvažován celý den dohromady
- Je možno poptávku rozdělit po časových vrstvách (např. 1 hodina)
- Každá časová vrstva je počítána zvlášť
  - Výpočet nákladových veličin
  - Nalezení vhodných tras a jejich testování
  - Rozdělení poptávky na jednotlivé trasy
  - Zaznamenání vztahů, které nedorazily do cíle v rámci dané časové vrstvy
- Iterativní výpočet celého období (dne)

Veřejná doprava



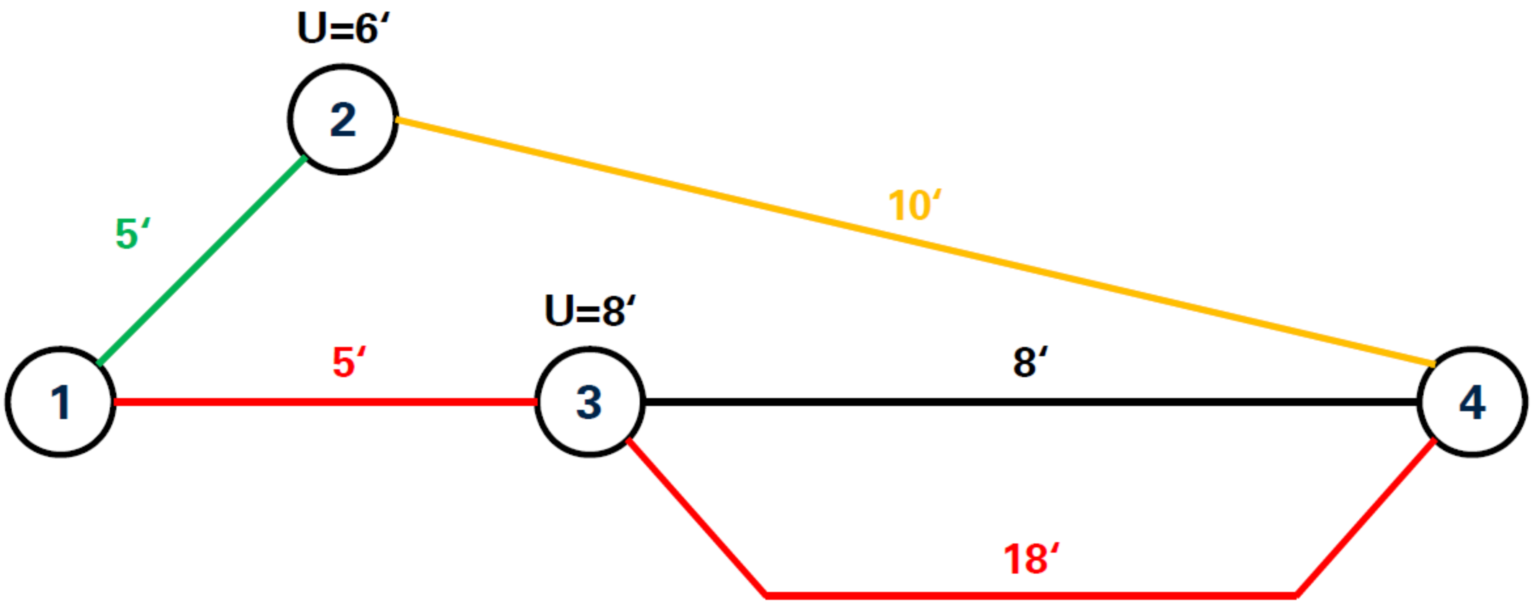
Veřejná doprava

- Spojení
  - použité linky
  - odjezd ze zastávky
  - příjezd a odjezd u přestupní zastávky
  - příjezd do cílové zastávky
- Charakteristiky spojení:
  - Doba docházky na první zastávku, doba na dosažení cíle
  - Cestovní doby / doby strávené přepravou ve vozidle
  - Doba přestupu, četnost přestupů
  - Vzdálenost

Přidělení podle dopravních systémů

- Vstup: síťový model, cestovní doby na úsecích
- Žádné linky
- Žádný jízdní řád
- Možno přidat přirážky na přechod mezi dopravními systémy
- Princip velmi podobný

Přidělení podle dopravních systémů



- Použití:
  - cestovní doby na úsecích
  - hledání nejkratších tras v systému obecně

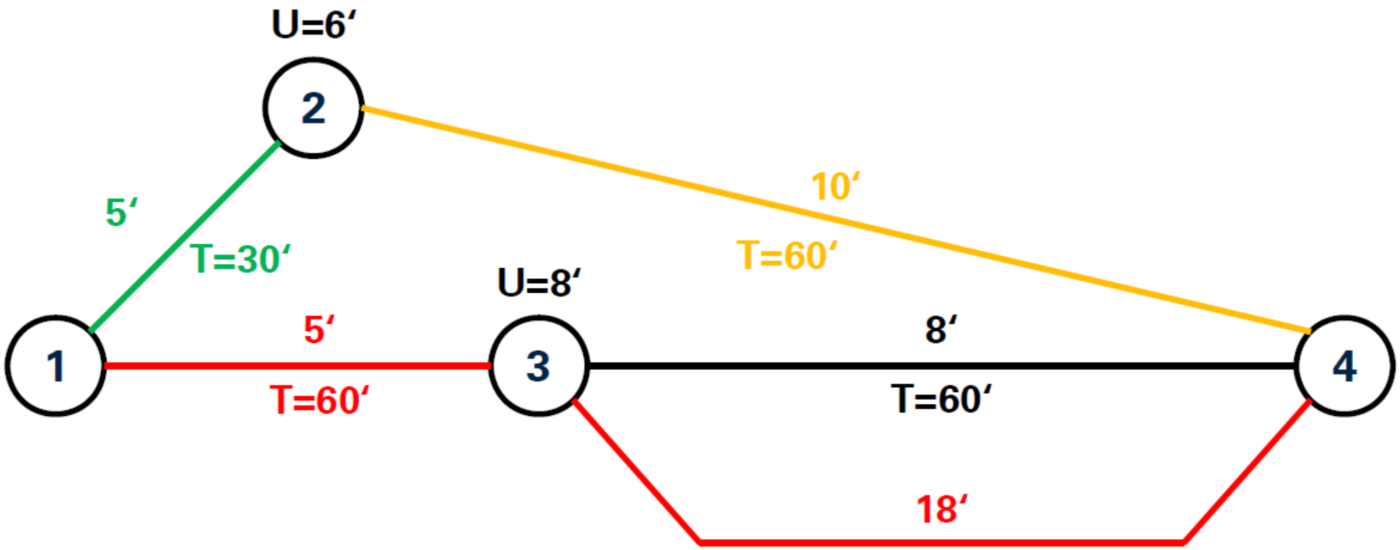
Přidělení podle intervalů (linek)

- Vstup: oproti předchozímu navíc linkové vedení
- Každá linka popsána vedením linky, jízdními dobami (pobyty) a intervalem (taktem)
- Jízdní řád není nutný (ale mohou být z něj požadované hodnoty odvozeny)
- Vhodné pro městské sítě s krátkými intervaly a pro koncepční plánování nabídky, kdy není znám přesný jízdní řád

Přidělení podle intervalů (linek)

- Průběh:
  - Nalezení všech možných spojení pro jeden přepravní vztah zdroj – cíl
  - Otestování relevantnosti jednotlivých spojení
  - Ohodnocení všech nalezených tras
  - Ohodnocení skrze generalizované náklady obsahující
    - Doba docházky, doba dosažení cíle
    - Cestovní doba
    - Četnost přestupů
    - Průměrný interval
    - Průměrná doba čekání
    - Peněžní náklady
  - Přidělení cestujících na základě zatížení na více tras najednou

Přidělení podle intervalů (linek)



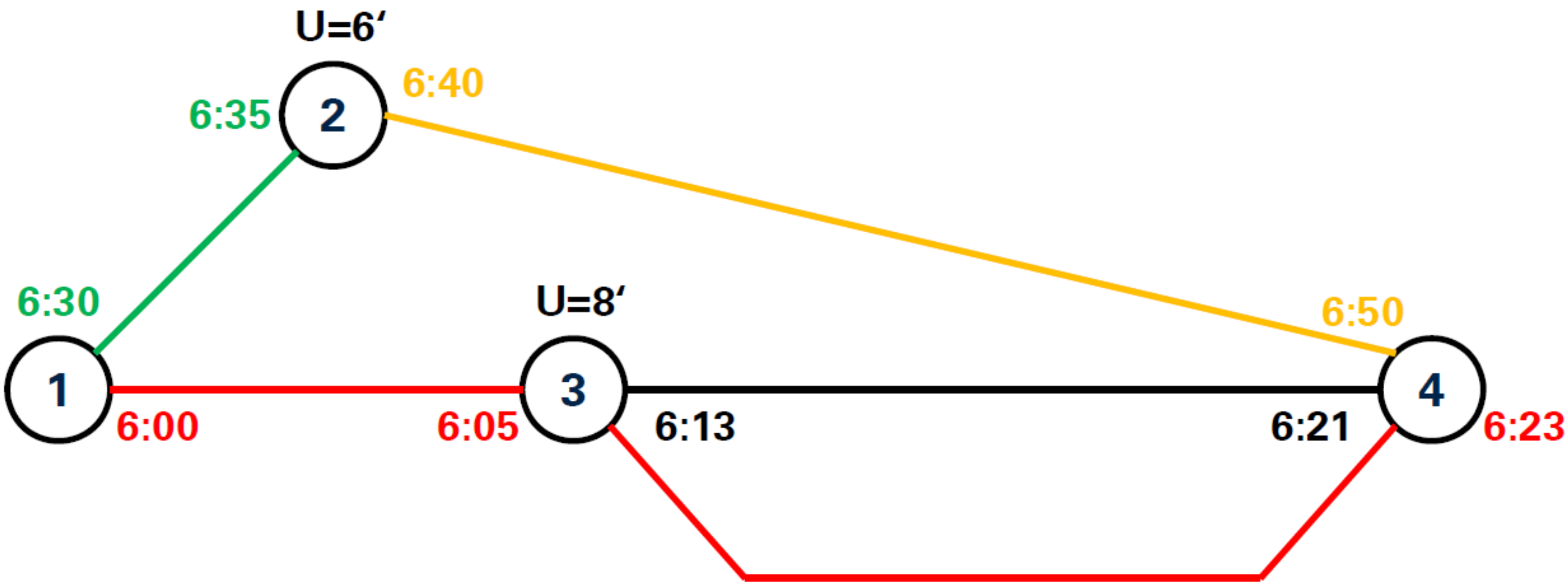
Přidělení podle jízdního řádu

- Vstup: oproti předchozímu navíc kompletní jízdní řád
- Je zohledněn kompletně celý jízdní řád
- Přesné výsledky, ale obrovský nárůst náročnosti výpočtů
- Vhodné pro sítě s relativně velkými intervaly, kde je důležitá koordinace jednotlivých spojů

Přidělení podle jízdního řádu

- Průběh:
  - Nalezení spojení
    - Pro každý možný čas odjezdu
    - Pro každou možnou zastávku
    - Obvykle je možno dělit poptávku v závislosti na čase až na 1440 = 24*60 dílů
  - Ohodnocení skrze generalizované náklady obsahující
    - Reálné cestovní, čekací a přestupní doby
    - Četnost přestupů
    - Peněžní náklady
  - Přidělení cestujících na základě zatížení na více tras najednou

Přidělení podle jízdního řádu



Použité zdroje

- Ben-Akiva, Moshe. *Transportation Systems Analysis: Demand & Economics*. Podklady k přednáškám. 2008.
- Lohse, Dieter. *Grundlagen der Strassenverkehrstechnik und der Verkehrsplanung. Band 2, Verkehrsplanung*. Berlin, 1997.
- Schiller, Christian. *Theorie der Verkehrsplanung*. Podklady k přednáškám. 2011.

Děkuji Vám za pozornost