Modelování systémů a procesů (K611MSAP)

prof. Miroslav Vlček

Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT

24. února 2011

Přednášející:

- prof. RNDr. Miroslav Vlček, DrSc. (vlcek@fd.cvut.cz)
  přednášky: čt. 8.00 - 9.30 & 9.45 - 11.15

Cvičící:

- Ing. Bohumil Kovář, Ph.D. (kovar@utia.cas.cz)
- Dr. Ing. Jan Přikryl (prikryl@fd.cvut.cz)

- **Domovská stránka předmětu**
  http://zolotarev.fd.cvut.cz/msap

- **Záznam předmětových přednášek - MSP**
  http://www.civ.cvut.cz

Literatura

[1] G. E. Carlson: Signal and Linear System Analysis with MATLAB, John Wileys and Sons. Inc., 1998.

[2] Davendra K. Chaturvedi: Modeling and Simulation of Systems Usin MATLAB and Simulink, CRC Press, Taylor& Francis Group, NW, 2010.

[3] R. G. D. Allen: Matematická ekonomie, ACADEMIA, Praha, 1971.

[4] Informace o prostředí MATLAB http://euler.fd.cvut.cz/predmety/mathtools/

[5] Matematika-opakování http://euler.fd.cvut.cz/predmety/ml1/

[1] Abyste získali zápočet, musíte v průběhu semestru vyřešit domácí úlohy, kontrolní testy ve cvičeních a zápočtový test a získat tak nejméně 30 bodů na konci semestru.

[2] Současný systém bodování zaručuje, že v případě získání zápočtu (t.j. nejméně 30 bodů) můžete automaticky předmět absolvovat s klasifikací dostatečně, případně uspokojivě.

[3] V případě, že máte zájem o lepší hodnocení, můžete zbylých 20 bodů získat u zkoušky.

zadání	odevzdání	téma domácího úkolu
3. března	8. března	jednoduché diferenční rovnice vhodné pro iteraci
17. března	22. března	stavový popis ze soustavy diferenciálních/diferenčních rovnic
31. března	5. dubna	Laplaceovy transformace a řešení diferenciálních rovnic
14. dubna	19. dubna	Přenosová funkce, stabilita systému z diferenciálních/diferenčních rovnic
28. dubna	3. května	z-transformace a řešení diferenčních rovnic
12. května	17. května	spojitý a diskrétní popis systému transformace mezi popisy

Proscan530 infrateploměr.

Ruční infrateploměr s nastavitelnou emisivitou

[1] Rozsah měřených teplot: -35°C až $+900^\circ$C
[2] Přesnost $\pm 0,75\%$ ($\pm 0,75^\circ$C)
[3] Rozlišení: $0,1^\circ$C
[4] Poměr optiky: 75:1
[5] Nastavitelná emisivita: 0,100 až 1,100
[6] Externí čidlo teploty: termočlánek typ K
[7] USB interface s obslužným programem

Firma Workswell s.r.o. hledá spolupracovníky z řad studentů, kteří se zajímají o termovizní měření. Práce spočívá ve vytváření a doplňování článků databáze TermoWiki (internetová encyklopedie věnovaná problematice termovize, inračervené termografie a termovizní diagnostiky). V budoucnu je možné spolupráci rozšířit na praktická termovizní měření a jejich vyhodnocení (diplomová práce).

Odměna dle dohody s firmou Workswell s.r.o.

Pokud máte zájem ozvěte se

RNDr. Zuzana Malá, PhD. mala@fd.cvut.cz
Ing. Tomáš Vítů, PhD. vitu@fd.cvut.cz

[1] Znalost základních pojmů a operací s vektory a maticemi

[2] Znalost práce s komplexními čísly a základů funkcí komplexní proměnné

[4] Znalost vlastností trigonometrických, hyperbolických, exponenciálních funkcí

[5] Znalost výpočtu součtů nekonečné řady, derivace a integrálů funkce jedné proměnné

[6] Znalost práce s algebraickými výrazy a běžné středoškolské matematiky

[1] Znalost použití Laplaceovy transformace pro řešení diferenciálních rovnic popisujících spojité lineární časově invariantní systémy

[2] Znalost použití z - transformace pro řešení diferenčních rovnic popisujících diskrétní lineární časově invariantní systémy

[4] Znalost nalezení stavového popisu ze slovního zadání dynamického systému

[5] Znalost použití pojmu stabilita řešení a metody ověření stability dynamického systému

[6] Znalost použití SIMULINKU pro modelování systémů a řešení soustav nelineárních diferenciálních a diferenčních rovnic

Charakteristické vlastnosti, se kterými vystačíme při modelování:

- systém považujeme za část prostředí, kterou lze od jejího okolí oddělit fyzickou nebo myšlenkovou hranicí,
- systém se skládá z podsystémů, vzájemně propojených součástí.

Je to část našeho světa, která se svým okolím nějak interaguje, například prostřednictvím vstupu a výstupu.

Otázky:

- Jak ověříme správnost výpočtu rychlosti šíření ptačí chřipky?
- Jak ověříme pevnost nového mostu?
- Jak ověříme bezpečnost sofwaru?

Pokud nemůžeme předem prokázat určité vlastnosti na samotného systému, prokážeme hledané vlastnosti na jeho modelu!

Vnitřní, tzv. stavový popis systému používá k popisu dynamiky vektor vnitřních stavů $\vec{x}$.

Vektor vstupů $\vec{u}$ a vektor výstupních veličin $\vec{y}$ jsou druhotné veličiny vnitřního popisu.

Stavové modely popisujeme soustavou diferenciálních rovnic prvního řádu pro systémy se spojitým časem a soustavy diferenčních rovnic prvého řádu pro systémy s diskrétním časem.

Vnější model vychází z popisu systému vektorem vstupu $\vec{u}$ a vektorem výstupu $\vec{y}$.

Systém tak chápeme jako černou skříňku, o jejíchž vlastnostech se dozvíme pouze tehdy, jestliže budeme zkoumat jeho reakci na vnější události (signály, data).

Vnější model popisujeme diferenciální rovnicí pro systémy se spojitým časem a diferenční rovnicí pro systémy s diskrétním časem. Uvedená rovnice je obecně vyššího řádu než 1.

- Příběh párových prvočísel (např. 17 a 19,...), největší dosud známé prvočíselné páry jsou

$$16869987339975 \quad \times \quad 2^{171960} \pm 1$$

$$100314512544015 \quad \times \quad 2^{171960} \pm 1$$

- Příběh, ve kterém pošetilý matematik nachytal firmu INTEL při předstírání, že chyba Pentia neexistuje (1995)
- Thomas Nicely, Lynchburg College, Virginia

$$\text{harmonická řada} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad \infty$$

$$\text{prvočíselná harmonická řada} \sum_{\forall p}^{\infty} \frac{1}{p} \quad \rightarrow \quad \infty$$

divergují

- avšak harmonická řada s párovými prvočísly

$$\sum_{\forall p_2}^{\infty} \frac{1}{p_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \quad \dots \quad + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \dots$$

konverguje $\rightarrow$ 1.90216083104

- Zde nastupuje experimentální matematika
- Thomas Nicely (1996) obdržel hodnotu

$\rightarrow$ 1.9021605778

a objevil chybu v CPU Pentia

- rozšířil svoje podezření pomocí internetu a odezva byla jednoznačná, aritmetická jednotka Pentia je chybné

- Tim Coe, Vitesse Semiconductor, Southern California

$$c = \frac{4195835}{3145727} = \frac{5 \times 7 \times (2^3 \times 3^4 \times 5 \times 37 + 1)}{3 \times 2^{20} - 1} =$$

$$= 1.33382044\ldots$$

- Pentium procesor však dával hodnotu

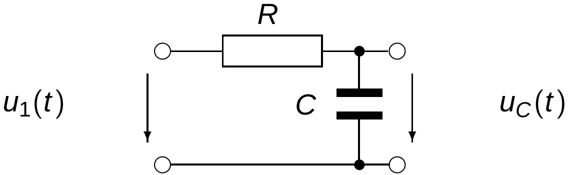
$$c = \frac{4195835}{3145727} = \frac{5 \times 7 \times 119881}{13 \times 241979} = 1.33373906\ldots$$

- chyba při reprezentaci čísel typu

$$M_n = 2^n - 1$$

tzv. Mersenneova čísla

integrační RC článek



Napětí $u_1(t)$ na RC článku je součet napětí na rezistoru $u_R(t)$ a na kapacitoru $u_C(t)$:

$$u_1(t) = u_R(t) + u_C(t), \tag{1}$$

Proud procházející obvodem $i(t)$ a časový průběh napětí na rezistoru $u_R(t)$ je možno vyjádřit

$$i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} \tag{2}$$

$$u_R(t) = Ri(t) = RC\frac{du_C}{dt}, \tag{3}$$

Dosazením $u_R(t)$ do (1) získáme diferenciální rovnici prvního řádu pro časový průběh napětí na kapacitoru $u_C(t)$:

$$RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_1(t). \tag{4}$$

Řešení uvedené rovnice má pro všechna $t \geq 0$

$$\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$u_1(t) = U_0$$

a pro počáteční hodnotu

$$u_C(0) = 0$$

tvar

$$u_C(t) = U_0(1 - e^{-\alpha t}).$$

variace ceny

Rovnice nabídky

Nabídka dnes závisí na včerejší ceně a to tak, že nabídka stoupá s rostoucí cenou. Pro $\mathcal{C} > 0$ platí

$$n(k) = \mathcal{C}c(k-1) + \mathcal{A}x(k). \tag{5}$$

Rovnice poptávky

Poptávka dnes závisí na dnešní ceně a to tak, že poptávka klesá s rostoucí cenou. Pro $\mathcal{D} > 0$ platí

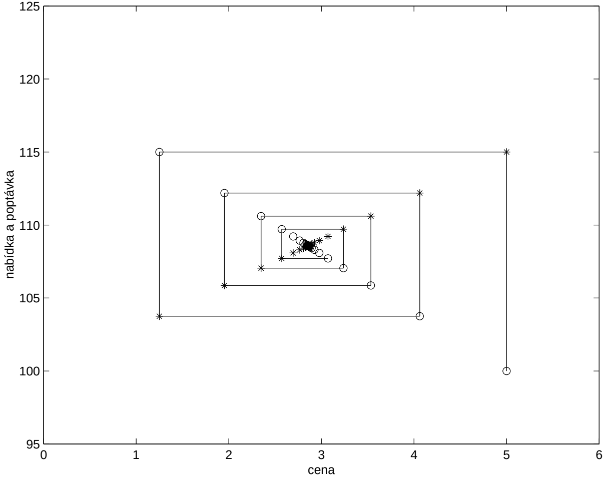
$$p(k) = -\mathcal{D}c(k) + \mathcal{B}x(k). \tag{6}$$

Rovnost nabídky a poptávky

$$n(k) = p(k) \tag{7}$$

pak vede na diferenční rovnici prvního řádu

$$c(k) + \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{D}}c(k-1) = \frac{\mathcal{B}-\mathcal{A}}{\mathcal{D}}x(k). \tag{8}$$



Pavučinkový diagram - variace ceny.

Děkuji za pozornost