

Cvičení 3

Modelování systémů a procesů

Mgr. Lucie Kárná, PhD

karna@fd.cvut.cz

March 28, 2017

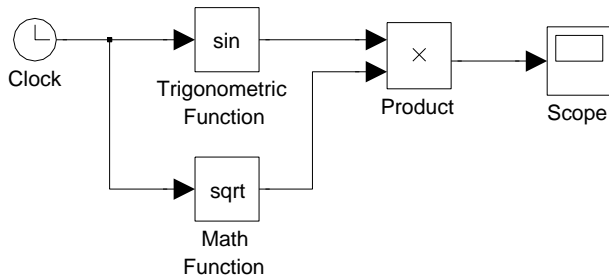
- 1 Jednoduché modely
- 2 Modelování diferenciálních rovnic
- 3 Model ovce a vlci

Jednoduchý příklad

Namodelujte výstup systému, popsany rovnicí $y(t) = \frac{1}{2} \sqrt{t} \sin(t)$.

Jednoduchý příklad

Namodelujte výstup systému, popsany rovnicí $y(t) = \frac{1}{2} \sqrt{t} \sin(t)$.

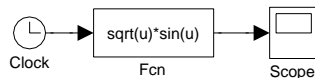


Jednoduchý příklad

Namodelujte výstup systému, popsany rovnicí $y(t) = \frac{1}{2} \sqrt{t} \sin(t)$.

Alternativa

Blok User-defined Functions → Fcn



Archimédova spirála

Rovnice

$$x = t \sin t,$$

$$y = t \cos t.$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle.$$



Archimédova spirála

Rovnice

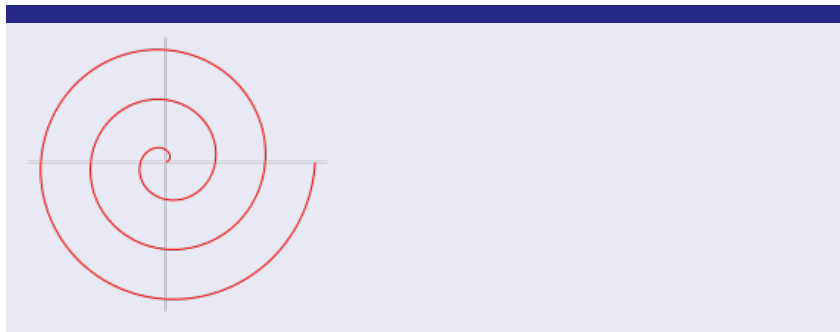
$$x = t \sin t,$$

$$y = t \cos t.$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle.$$

Nový blok

Math Operations → Product



Archimédova spirála

Rovnice

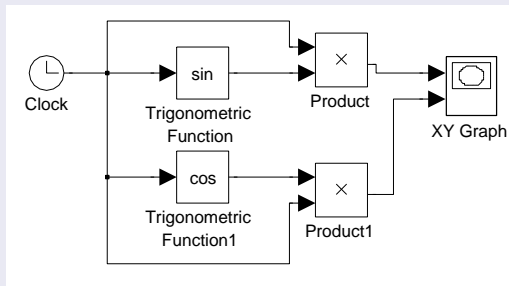
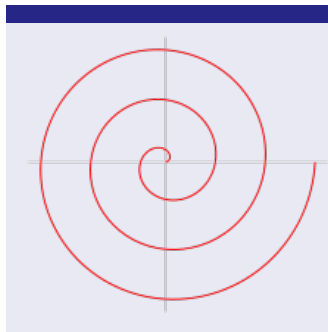
$$x = t \sin t,$$

$$y = t \cos t.$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle.$$

Nový blok

Math Operations → Product



Logaritmická spirála

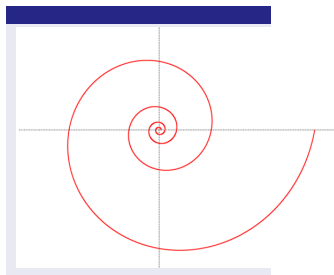
Rovnice

$$x = e^{-kt} \sin t,$$

$$y = e^{-kt} \cos t.$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle,$$

$$k > 0 \text{ const.}$$



Logaritmická spirála

Rovnice

$$x = e^{-kt} \sin t,$$

$$y = e^{-kt} \cos t.$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle,$$

$$k > 0 \text{ const.}$$

Blok Math Operations → Math Function

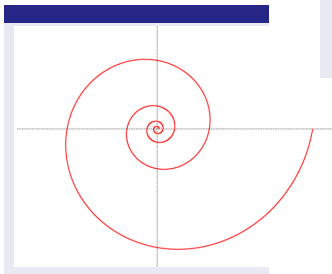
`exp` exponenciální funkce e^u

`log` přirozený logaritmus $\ln u$

`reciprocal` převrácená hodnota $1/u$

`pow` obecná mocina u^v

...



Logaritmická spirála

Rovnice

$$x = e^{-kt} \sin t,$$

$$y = e^{-kt} \cos t,$$

$$t \in \langle 0, \infty \rangle,$$

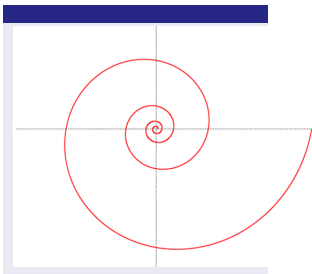
$$k > 0 \text{ const.}$$

Blok Math Operations → Math Function

`exp` exponenciální funkce e^u
`log` přirozený logaritmus $\ln u$
`reciprocal` převrácená hodnota $1/u$
`pow` obecná mocina u^v
 ...

Nastavení

- v Matlabu položíme » $k=0.05$
- konfigurace simulace: pevný krok 0.01.



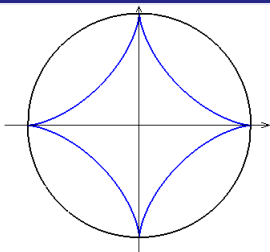
Asteroida

Rovnice

$$x = \sin^3 t,$$

$$y = \cos^3 t.$$

$$t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$



Asteroida

Rovnice

$$x = \sin^3 t,$$

$$y = \cos^3 t.$$

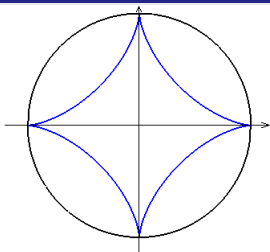
$$t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$

Blok

Math Operations

→ Math Function

`pow` obecná mocina u^v



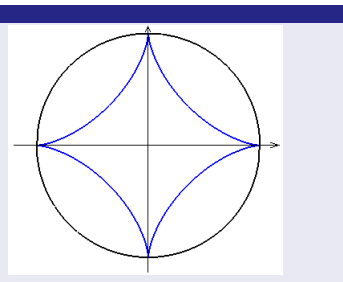
Asteroida

Rovnice

$$x = \sin^3 t,$$

$$y = \cos^3 t.$$

$$t \in \langle 0, 2\pi \rangle.$$



Blok

Math Operations

→ Math Function

`pow` obecná mocina u^v

Blok Sources → Constant

- nastavíme 3

Cykloida

Rovnice

$$x = at - d \cdot \sin t,$$

$$y = a - d \cdot \cos t.$$

Cykloida

Rovnice

$$x = at - d \cdot \sin t,$$

$$y = a - d \cdot \cos t.$$

Nastavení

- v Matlabu položíme » $a=1$ a » $d=1.2$
- konfigurace simulace: pevný krok 0.1.

Blok Integrator

Blok Continuous \rightarrow Integrator

- integruje vstup
- **počáteční podmínky** v parametrech bloku

Blok Integrator

Blok Continuous → Integrator

- integruje vstup
- **počáteční podmínky** v parametrech bloku

Blok Sources → Step

- = *posunutý* jednotkový skok
- implicitně skočí do jedné až v $t = 1$, tj. modeluje $\mathbf{1}(t - 1)$
- nulu nastavit v parametrech bloku

Příklad 1

Vytvořte simulinkový model diferenciální rovnice druhého řádu

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \mathbf{1}(t - 2)$$

s nulovými počátečními podmínkami.

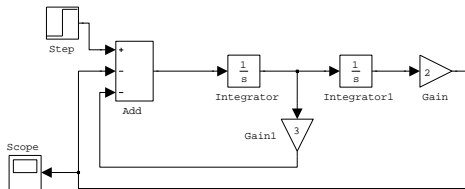
Příklad 1

Vytvořte simulinkový model diferenciální rovnice druhého řádu

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 1(t - 2)$$

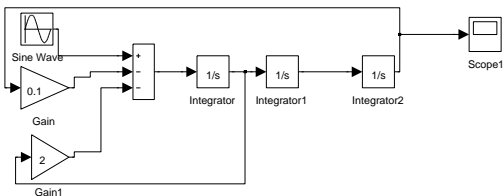
s nulovými počátečními podmínkami.

Řešení



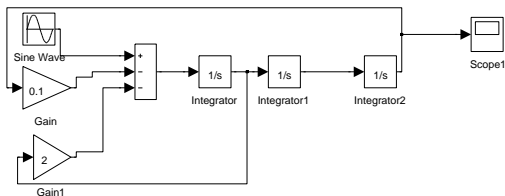
Příklad 2

Jakou rovnici modeluje následující simulinkové schéma?



Příklad 2

Jakou rovnici modeluje následující simulinkové schéma?



Řešení

Diferenciální rovnici třetího řádu

$$y'''(t) + 2y'(t) + 0.1y(t) = \sin(t)$$

(nebo $\sin 2t$, $\cos(t/3 + 1)$, ...)

Lotka-Volterra predator-prey model

Nelineární dynamický stavový model *vlci a ovce*

Stavové proměnné

$x_1(t)$ populace ovcí

$x_2(t)$ populace vlků

Lotka-Volterra predator-prey model

Nelineární dynamický stavový model *vlci a ovce*

Stavové proměnné

$x_1(t)$ populace ovcí

$x_2(t)$ populace vlků

Stavové rovnice

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x_1(t) &= a \cdot x_1(t) - b \cdot x_1(t)x_2(t), \\ \frac{d}{dt}x_2(t) &= -c \cdot x_2(t) + d \cdot x_1(t)x_2(t).\end{aligned}$$

Lotka-Volterra predator-prey model

Nelineární dynamický stavový model *vlci a ovce*

Stavové proměnné

$x_1(t)$ populace ovcí

$x_2(t)$ populace vlků

Stavové rovnice

$$\frac{d}{dt}x_1(t) = a \cdot x_1(t) - b \cdot x_1(t)x_2(t),$$

$$\frac{d}{dt}x_2(t) = -c \cdot x_2(t) + d \cdot x_1(t)x_2(t).$$

Parametry

$$a = 0.2$$

$$b = 0.006$$

$$c = 0.4$$

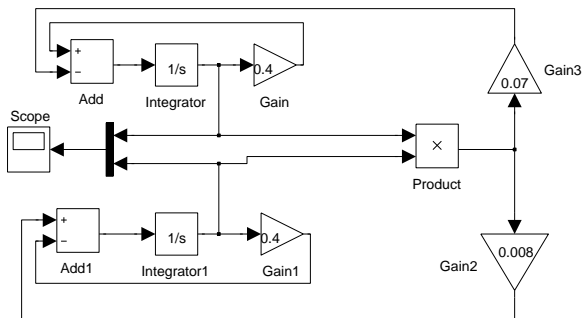
$$d = 0.003$$

$$\text{stop_time} = 100$$

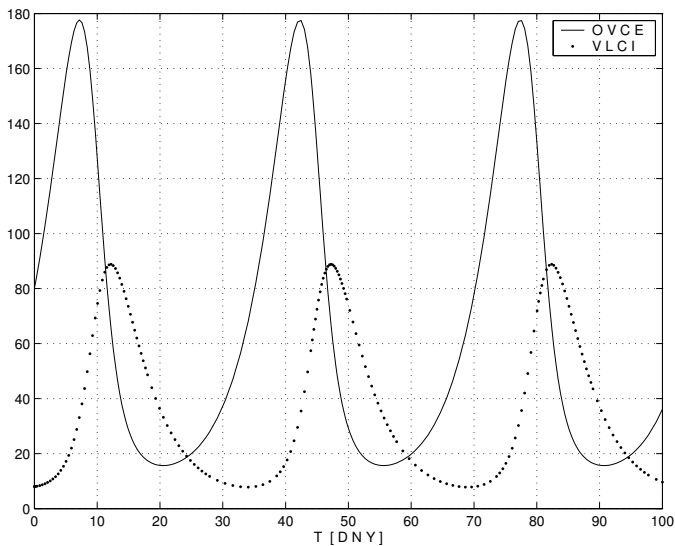
$$x_1(0) = 80$$

$$x_2(0) = 10$$

Schéma modelu vlci - ovce



Vývoj populace ovce-vlci



Vývoj populace rysů a zajíců v Kanadě

