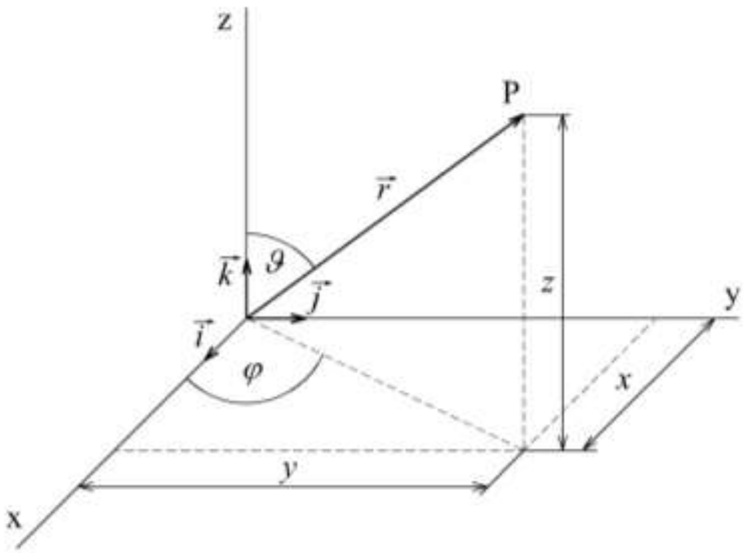
Opravy ve skriptech Fyzika I
autoři : Malá, Nováková, Vítů 2009

kap. 1 – str. 7 správně:



Obr. 1.1

kap. 1 – str. 18 –19 správně:

Příklad 1.1

Kulečníková koule, kterou považujeme za hmotný bod, se pohybuje v rovině xy. Složky její rychlosti jsou popsány následujícími výrazy: $v_x(t) = 1t^2 - 4t - 5,\quad v_y(t) = 6t + 1$ a jsou v jednotkách SI soustavy.

Vypočítejte:

a) rychlost koule v čase t = 10 s,
b) zrychlení koule v čase t = 10 s,
c) závislost polohy koule na čase,
d) polohu koule v čase t = 1 s.

Řešení:

a) Po dosazení času do vztahů pro $v_x(t)$ a $v_y(t)$ dostaneme

$v_x = 100 - 40 - 5 = 55\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_y = 60 + 1 = 61\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

a pro celkovou velikost rychlosti ze vztahu $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{55^2 + 61^2} = 82{,}13\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

b) Pro velikosti složek zrychlení platí vztahy $a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt} = 2t - 4$, $a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt} = 6$. Po dosazení času t = 10 s, je $a_x = 16\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $a_y = 6\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ a velikost celkového zrychlení v čase 10 s je $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{16^2 + 6^2} = 17{,}1\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

c) Souřadnice polohy koule lze vypočítat ze vztahů $x(t) = \int v_x dt = \frac{t^3}{3} - 2t^2 - 5t + C_1$, $y(t) = \int v_y dt = 3t^2 + t + C_2$, kde konstanty C_1, C_2 určíme z počátečních podmínek. Jestliže nejsou přímo zadány, předpokládáme, že se koule nacházela v čase t = 0 s v počátku souřadnic, volíme tedy $x(0) = 0\ \mathrm{m}$, $y(0) = 0\ \mathrm{m}$. Po dosazení získáme hodnoty $C_1 = C_2 = 0$.

d) V čase t = 1s je $x = \frac{1}{3} - 2 - 5 = -\frac{20}{3}\ \mathrm{m}$, $y = 3 + 1 = 4\ \mathrm{m}$, vzdálenost od počátku souřadnic $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{-20}{3}\right)^2 + 4^2} = 7{,}77\ \mathrm{m}$.

kap. 1 – str. 19 –20 správně:

Příklad 1.3

Hmotný bod se pohybuje po kružnici s poloměrem $R = 0{,}2\ \mathrm{m}$ s konstantním tečným zrychlením. Na počátku byl hmotný bod v klidu, na konci druhé otáčky má jeho obvodová rychlost velikost $v = 0{,}15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Vypočítejte:

a) čas potřebný pro dosažení této rychlosti,
b) velikost tečného a normálového zrychlení v tomto okamžiku,
c) velikost celkového zrychlení.

Řešení:

a) Pohyb hmotného bodu po kružnici je pohybem rovnoměrně zrychleným s nulovou počáteční rychlostí. Pro tento pohyb platí vztahy $s = \frac{1}{2} a_t t^2$, $v = a_t t$. Úpravou rovnic dostaneme vztah pro čas, $t = \frac{2s}{v}$. Dosazením hodnot po 2 otáčkách $t = \frac{2 \cdot 4\pi R}{v} = \frac{2 \cdot 4\pi \cdot 0{,}2}{0{,}15} = 33{,}51\ \mathrm{s}$.

b) Tečné zrychlení pro případ rovnoměrně zrychleného kruhového pohybu vypočteme ze vztahu $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}15}{33{,}51} \doteq 4{,}48 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Pro normálové zrychlení platí $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}15^2}{0{,}2} \doteq 0{,}113\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, hodnota je vypočtena pro čas 33,51 s.

c) Celkové zrychlení $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{0{,}113^2 + 0{,}00448^2} \doteq 0{,}113\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

kap.2 – str. 28 správně:

Koná-li čárkovaná soustava, obr. 1.8, vůči inerciální soustavě (nečárkované), nerovnoměrný pohyb, zůstává transformační rovnice (1.28) v platnosti až na to, že rychlost $\vec{u}$ již není konstantní.

kap.2 – str. 29 správně:
Inerciální soustavu budeme označovat jako nečárkovanou, rotující jako čárkovanou. Počátky obou soustav 0, 0′ jsou shodné. Shodné jsou i osy y = y′obou soustav a osa y je zároveň osou otáčení čárkované soustavy.

kap.2 – str. 33 správně:
Velikost odstředivého zrychlení je ale zhruba 300–krát menší než velikost gravitačního zrychlení (na rovníku $a_o = 0{,}0034\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$), proto ho můžeme ve většině případů zanedbat.

kap.2 – str. 38 –40 správně:
Příklad 2.1
Hmotný bod hmotnosti *m* = 3 kg se začne v čase *t* = 0 s pohybovat bez tření podél osy y působením síly o velikosti $F(t) = 1 + 4t$. Síla přestane působit v čase *t* = 6 s. Všechny veličiny jsou v jednotkách SI soustavy.
Vypočítejte:
a) rychlost hmotného bodu v čase *t* = 6 s,
b) zrychlení v čase *t* = 6 s,
c) dráhu *y* čase *t* = 6 s ,
d) výkon síly v čase *t* = 6 s.

Řešení:
a) Pro změnu hybnosti hmotného bodu za dobu $t_1 = 6\,\mathrm{s}$ platí vztah $\int_0^{t_1} F(t)\,dt = m\left(v_y - v_0\right) = \int_0^{t_1}(1+4t)\,dt = \left[t + 2t^2\right]_0^{t_1} = t_1 + 2t_1^2 = 78\ \mathrm{N \cdot s}$ a odtud velikost rychlosti v_y po 6 s, (rychlost v čase *t* = 0 s je nulová), $v_y = 26\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

b) Pro velikost zrychlení platí vztah $a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \frac{4t+1}{m}$. Po dosazení času *t* = 6 s je $a = 8{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

c) Dráhu v určitém čase vypočteme dvojí integrací zrychlení. Pro velikost rychlosti platí vztah $v_y(t) = \int a_y dt = \frac{t + 2t^2}{m} + C_1$, kde konstantu C_1 určíme z počátečních podmínek, $C_1 = 0$. Souřadnice polohy hmotného bodu je určena vztahem $y(t) = \int v_y dt = \frac{1}{m}\left(\frac{1}{2}t^2 + \frac{2}{3}t^3\right) + C_2$, kde konstantu C_2 určíme opět z počátečních podmínek. Jestliže nejsou přímo zadány, předpokládáme, že se hmotný bod nacházel v čase *t* = 0 s v počátku souřadnic, volíme tedy $y(0) = 0$, $C_2 = 0$. Pro souřadnici hmotného bodu v *t* = 6 s, po dosazení za hmotnost, platí $y(t) = \frac{2t^3}{9} + 4t = 54\ \mathrm{m}$. Hodnotu konstanty určíme dosazením času *t* = 0 s, $C_1 = C_2 = 0$.

d) Výkon síly vypočteme ze vztahu $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$, kam za *F* a v dosadíme hodnoty v 6 s.
$$P = (1+4t)\left(\frac{t+2t^2}{m}\right) = 650\ \mathrm{W}.$$

Příklad 2.3

Ujíždějící naplněná bedna klouže po vodorovné podlaze směrem k muži, který se ji snaží zabrzdit tak, že ji odtlačuje silou $\vec{F} = 3\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$ a ustupuje před ní. Bedna se při tom posune o délku vektoru $\vec{d} = -4\vec{i}$. Kinetická energie bedny na počátku je 20 J. Všechny veličiny jsou v jednotkách SI soustavy. Vypočítejte:

a) práci vykonanou silou *F* při posunutí *d*,
b) kinetickou energii bedny na konci posunutí.

Řešení:

a) Pro výpočet práce použijeme obecný vztah $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Práci nepočítáme pomocí integrálu, protože síla i dráha tělesa mají konstantní směr. Po dosazení složek vektorů do skalárního součinu dostaneme pro velikost vykonané práce

$$|A| = |-3\cdot 4 - 5\cdot 0 - 3\cdot 0| = 12 \text{ J}$$

b) Vykonaná práce se projeví snížením hodnoty kinetické energie. Kinetická energie bedny po posunutí je $W_k = 20 \text{ J} - 12 \text{ J} = 8 \text{ J}$.

Příklad 2.4

Chlapec hodlá využít ke skoku z mostu o výšce 50 m bungee-jumpingu. Hmotnost chlapce je 65 kg a pružné lano, jehož protažení se řídí Hookovým zákonem, má délku $L = 27 \text{ m}$. Tělo skokana považujeme za bodový objekt. Tuhost lana je 150 $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Vypočítejte:

a) výšku *h*, v jaké budou chodidla skokana při zastavení letu v bodě obratu,
b) výslednou sílu působící na skokana v nejnižším bodě.

Řešení:

a) Označíme jako délku *d* prodloužení lana v okamžiku bodu obratu. Pak pro změnu potenciální energie (tíhové pole Země) vzhledem k počátečnímu stavu, kdy skokan stál na mostě, platí relace

$$\Delta W_{pg} = mg\Delta y = -mg\left(L + d\right).$$

Změna potenciální energie odpovídající změně výchylky pružného lana je dána vztahem $\Delta W_{pp} = \frac{1}{2}kd^2$, kde *k* je tuhost lana (pružiny). Vzhledem k tomu, že v počátečním stavu i v bodě obratu je kinetická energie nulová, je možné zákon zachování energie zapsat ve tvaru

$$0 + \frac{1}{2}kd^2 - mg\left(L + d\right) = 0,$$

a po dosazení

$$\frac{1}{2}150d^2 - 65\cdot 9{,}81\cdot 27 - 65\cdot 9{,}81\cdot d = 0.$$

Jejím řešením dostaneme $d = 20 \text{ m}$. Druhý kořen rovnice je záporný a nemá fyzikální smysl. Chodidla skokana budou v místě obratu ve výšce

$$h = 50 - \left(27 + 20\right) = 3{,}0 \text{ m}.$$

b) Na skokana působí výsledná síla daná rozdílem tíhové síly působící směrem dolů a pružné síly lana směrem vzhůru. Celková síla má v bodě obratu velikost

$F = kd - mg = 150 \cdot 20 - 65 \cdot 9{,}81 \doteq 2\,360\ \mathrm{N}$.
Síla působí směrem vzhůru.

kap.3 – str. 56 správně:

$$\left|\vec{L}\right| = \left|\vec{r} \times \vec{p}\right| = \left|\vec{r} \times m\vec{v}\right| = rmv = mr^2\omega$$

kap.3 – str. 60 správně:
vztah (3.50) $dA = M\,d\varphi$
vztah (3.51) $P = \dfrac{dA}{dt} = M\,\omega$

kap.3 – str. 61 – 63 správně:
Příklad 3.1
Dva hmotné body 1, 2 s hmotnostmi $m_1 = 20\ \mathrm{g}$ a $m_2 = 40\ \mathrm{g}$ se navzájem pohybují a to tak, že bod 1 se pohybuje s konstantním zrychlením $\vec{a}_1 = (2, 0, 0)\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, bod 2 s konstantní rychlostí $\vec{v}_2 = (0, 3, 0)\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V čase t = 0 s byl bod 1 v počátku souřadnic v klidu, bod 2 byl vzdálen od počátku souřadnic o 1,5 m v kladném směru osy x.
Vypočítejte:

a) polohu hmotného středu soustavy v čase t = 0 s,
b) pohybovou rovnici pro hmotný střed soustavy,
c) polohu hmotného středu soustavy v čase t = 10 s.

Řešení:

a) Souřadnice polohy hmotného středu jsou definovány rovnicemi

$x_s = \dfrac{1}{m_1 + m_2}\left(x_1 m_1 + x_2 m_2\right)$, $y_s = \dfrac{1}{m_1 + m_2}\left(y_1 m_1 + y_2 m_2\right)$ a po dosazení pro t = 0 s,

$$x_s(0) = \frac{1}{(20 + 40) \cdot 10^{-3}} \cdot (0 \cdot 20 + 1{,}5 \cdot 40) \cdot 10^{-3} = 1\ \mathrm{m},$$

$$y_s(0) = \frac{1}{(20 + 40) \cdot 10^{-3}} \cdot (0 \cdot 20 + 0 \cdot 40) \cdot 10^{-3} = 0\ \mathrm{m}.$$

b) Hmotný střed soustavy se pohybuje se zrychlením pouze ve směru osy x. Síla působící ve směru x má velikost $F_x = (m_1 + m_2)a_x$. Další složky síly jsou $F_y = 0,\ F_z = 0$.

c) Integrací pohybových rovnic stanovíme složky rychlosti $v_x = \int a_x dt = a_x t + C_1 = a_x t$. Konstanta C_1 je vzhledem k daným počátečním podmínkám nulová, $v_y = \int a_y dt = \int 0 dt = C_2 = v_y$, hmotný bod se pohybuje ve směru osy y rovnoměrným pohybem. Pro polohu hmotného středu v čase t integrací dostaneme vztahy

$$x_s = \int v_x dt = \int a_x t dt = \frac{1}{2} a_x t^2 + C_3 = \frac{1}{2} a_x t^2 + x_s(0),$$

$$y_s = \int v_y dt = v_y t + C_4 = v_y t + y(0),$$

kde hodnoty integračních konstant C_3 ,C_4 vyplývají z počátečních podmínek. Po dosazení t = 10 s, jsou hodnoty souřadnic hmotného středu

$$x_s = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,02}{0,02+0,04} \right) 2 \cdot 100 + 1 = 34,3 \text{ m}, \ \ y_s = 3 \cdot 10 + 0 = 30 \text{ m}.$$

Příklad 3.2

Setrvačník se otáčí konstantní úhlovou rychlostí, která odpovídá frekvenci $f_0 = 5\,\text{s}^{-1}$. Jeho kinetická energie je $W_k = 9 \cdot 10^{-1}$ J. V čase $t = 10$ s na něho začne působit kroutící moment o velikosti $M = 60 \cdot 10^{-3}$ N·m.

Vypočítejte:

a) moment setrvačnosti J setrvačníku,
b) velikost úhlového zrychlení ε setrvačníku,
c) dobu, ve které bude jeho okamžitá úhlová rychlost dvojnásobná ve srovnání s původní,
d) práci potřebnou k pootočení setrvačníku o 90°.

Řešení:

a) Pro kinetickou energii rotujícího setrvačníku platí vztah $W_k = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} J \left(2\pi f\right)^2$, z kterého můžeme vypočítat moment setrvačnosti setrvačníku

$$J = \frac{2W_k}{4\pi^2 f^2} = \frac{W_k}{2\pi^2 f^2} = \frac{9 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 3,14^2 \cdot 5^2} = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

b) V čase t = 10 s, kdy začne působit kroutící moment, setrvačník získá zrychlení, které určíme ze vztahu $M = J\varepsilon$ a po dosazení $\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{60 \cdot 10^{-3}}{1,83 \cdot 10^{-3}} = 32,8\,\text{s}^{-2}$.

c) Setrvačník vykonává od desáté sekundy pohyb s konstantním zrychlením, a proto jeho okamžitá úhlová rychlost narůstá lineárně s časem. Platí $\omega = \int \varepsilon dt = \varepsilon t + C$, kde konstantu C určíme z počáteční podmínky. Konstanta $C = \omega_0 = 2\pi f_0$, a proto výsledný vztah pro je $\omega = \varepsilon t + \omega_0$. Dvojnásobnou úhlovou rychlost určíme z relace $2\omega_0 = \varepsilon t + \omega_0$ a odtud pro hledaný čas platí $t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\pi f_0}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5}{32,8} = 0,96$ s.

d) Práci potřebnou k pootočení setrvačníku určíme ze vztahu $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} M\, d\varphi$, integraci můžeme nahradit součinem $M\varphi$, protože působí konstantní kroutící moment. $A = 60 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi}{2} = 9,42 \cdot 10^{-2}$ J.

Příklad 3.3

Kruhová vodorovná deska o poloměru $R = 1,5$ m a hmotnosti $m = 80$ kg se otáčí kolem svislé osy jdoucí středem desky frekvencí $f = 2\,\text{min}^{-1}$. Člověk hmotnosti $m_1 = 60$ kg stojí na okraji desky.

Vypočítejte:

a) jak se změní úhlová rychlost otáčení desky, jestliže člověk přejde do středu desky (považujte jej za hmotný bod),
b) jakou práci přitom člověk vykoná.

Řešení:

a) Pro rotující těleso se zachovává součin $J\omega$. Při změně polohy člověka platí vztah $\left(J + m_1R^2\right)\omega_1 = J\omega_2$, kde člen m_1R^2 zohledňuje zvětšení momentu setrvačnosti při přechodu člověka na okraj desky, ω_1 je odpovídající úhlová rychlost pohybu. Po dosazení za moment setrvačnosti desky dostaneme

$$\left(\frac{1}{2}mR^2 + m_1R^2\right)\omega_1 = \frac{1}{2}mR^2\omega_2,$$

$$\left(\frac{1}{2}m + m_1\right)\omega_1 = \frac{1}{2}m\omega_2,$$

$$\omega_2 = \frac{m+2m_1}{m}\omega_1, \quad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{2m_1}{m}\omega_1 = \frac{2\cdot 60}{80}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 2\cdot\frac{1}{60} = 0{,}314\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Úhlová rychlost se zvětší o 0,314 s^{-1}.

b) Pokud neuvažujeme tření, je vykonaná práce rovna změně kinetické energie soustavy deska + člověk. Platí vztah

$$A = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}\left(J + m_1R^2\right)\omega_1^2$$ a po dosazení

$$A = \frac{1}{4}\cdot 80\cdot 1{,}5^2\cdot\left(0{,}523^2 - 0{,}209^2\right) - \frac{1}{2}\cdot 60\cdot 1{,}5^2\cdot 0{,}209^2 = 7{,}39\ \mathrm{J}.$$

V případě tření je vykonaná práce větší než vypočtená hodnota.

Kap. 4 – str. 77 správně:

Příklad 4.1

Do prázdné svislé šachty 900 m hluboké máme spustit ocelové lano tak, aby se právě dotýkalo dna. Hustota oceli je $\rho = 8\cdot 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, modul pružnosti použité oceli je $E = 2\cdot 10^{11}\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}$, mez pevnosti oceli $\sigma_m = 3\cdot 10^8\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}$.

Vypočítejte:

a) jakou délku lana musíme zvolit, aby se po protažení právě dotklo dna,
b) jakou maximální délku může mít lano, aby nedošlo k jeho přetržení při spuštění do šachty.

Řešení:

a) Prodloužení lana se řídí Hookovým zákonem. Pro prodloužení části lana dy vzdálené od horního konce lana o y vlivem váhy zbývající části lana platí vztah

$$d\left(\Delta l\right) = \frac{1}{E}\frac{\left(l_0 - y\right)S\rho g}{S}dy,$$ kde S je průřez lana.

Pro celkové prodloužení platí $\Delta l = \frac{1}{E}\int_0^{l_0}\left(l_0 - y\right)\rho g\,dy = \frac{1}{2}\frac{\rho g l_0^2}{E}$.

$$\Delta l = l - l_0$$

$$\frac{1}{2}\frac{\rho g l_0^2}{E} = l - l_0 \Rightarrow \frac{\rho g}{2E} l_0^2 + l_0 - l = 0$$, řešení této kvadratické rovnice má tvar

$$l_0 = -\frac{E}{\rho g} + \sqrt{\left(\frac{E}{\rho g}\right)^2 + \frac{2El}{\rho g}}$$, po dosazení získáme výsledek

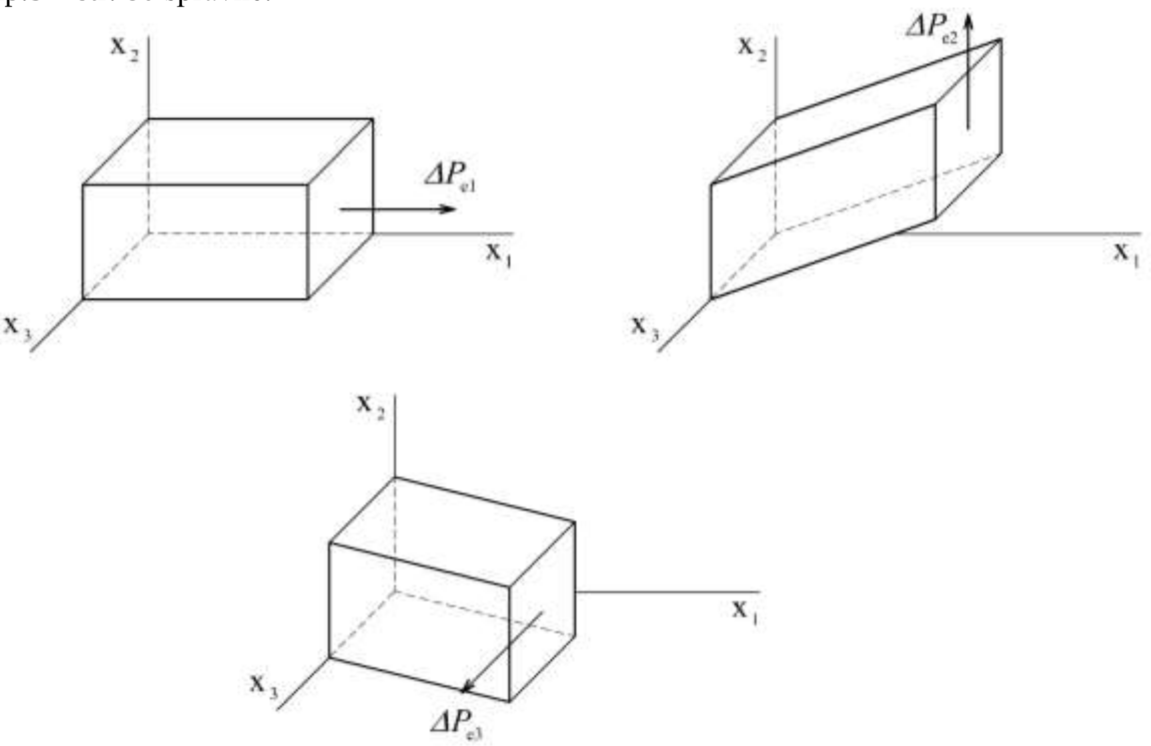
$$l_0 = -\frac{2 \cdot 10^{11}}{8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{11}}{8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}\right)^2 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81}} = 899{,}841 \text{ m}$$

Musíme zvolit délku lana o 15,9 cm menší, než je hloubka šachty.

b) Pro mez pevnosti materiálu lana platí vztah $\sigma_m = \frac{G}{S} = \frac{S l_m \rho g}{S} = \rho l_m g$,

$$l_m = \frac{\sigma_m}{\rho g} = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} = 3822{,}6 \text{ m} .$$

kap.5 – str. 80 správně:



Obr. 5.1

kap.5 – str. 80 správně:

Použijeme-li relaci (4.24) mezi vnitřním napětím a hustotou síly, dostaneme vztahy pro jednotlivé složky hustoty elastické síly

kap.5 – str. 91 správně:

Příklad 5.1

Ultrazvukový piezoelektrický generátor s křemenným krystalem délky $d = 9\ \mathrm{mm}$ upevněným uprostřed, má oba konce volné.

Vypočítejte:

a) rychlost podélné akustické vlny,
b) základní frekvenci podélných kmitů.

Hustota křemene je $\rho = 2,65 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, modul pružnosti v tahu $E = 8 \cdot 10^{10}\ \mathrm{N \cdot m^{-2}}$.

Řešení:

a) Pro rychlost podélné akustické vlny lze psát vztah $c = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$ a po dosazení

$$c = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{10}}{2,65 \cdot 10^3}} = 5494\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) Pro oba konce volné základní frekvence odpovídá případu, kdy na celé délce krystalu vznikne jedna půlvlna (na volných koncích jsou kmitny), proto

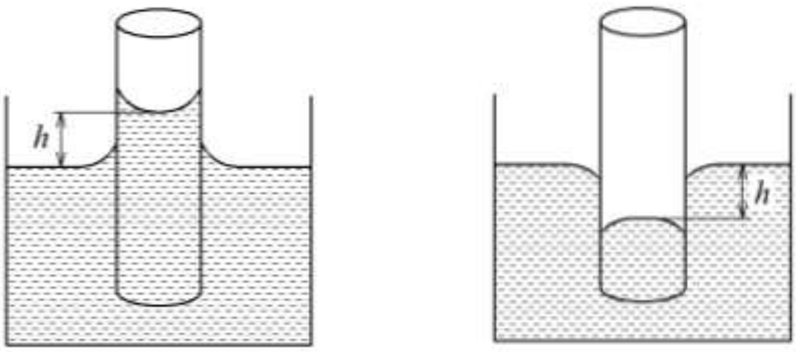
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2d} = \frac{5494}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-3}} = 305 \cdot 10^3\ \mathrm{s^{-1}}$$

kap. 6 – str. 110 správně:

$$\vec{a} \cdot d\vec{r} = \sum_{i=1}^{3} a_i dx_i = \sum_{i=1}^{3} \frac{dv_i}{dt} dx_i = \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial v_i}{\partial x_k}\frac{dx_k}{dt} dx_i$$

$$= \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} dx_k \frac{dx_i}{dt} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} dx_k v_i = \sum_i dv_i v_i = d\left(\frac{1}{2}v^2\right).$$

kap. 6 – str. 112 správně:



Obr. 6.27 a   Obr. 6.27 b

kap. 6 – str. 114 – 115 správně:

Rozměr dynamické viskozity $[\eta] = \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$, jednotka je $\mathrm{Pa \cdot s}$, rozměr kinematické viskozity $[\nu] = \mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$.

Příklad 6.1

Injekční stříkačka délky l = 6 cm má průřez pístu $S_1 = 1{,}1\ \mathrm{cm}^2$ a její zúžený otvor má průřez $S_2 = 1{,}1\ \mathrm{mm}^2$. Celá je naplněná kapalinou, která má hustotu $\rho = 1{,}41 \cdot 10^3\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$. Stříkačka leží ve vodorovné poloze.

Vypočítejte:

a) rychlost, s jakou vytéká kapaliny ze stříkačky,
b) sílu, kterou je třeba působit na píst, aby všechna kapalina vytekla za 5 s.

Řešení:

a) Předpokládáme, že rychlost roztoku těsně u pístu je totožná s rychlostí pístu vytlačujícího roztok. Určíme ji z času t a délky stříkačky. Z rovnice kontinuity stanovíme rychlost, kterou roztok proudí v zúžené části stříkačky a zároveň vytéká ven. Platí vztahy

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2}\frac{l}{t} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-4}}{1{,}1 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-2}}{5} = 1{,}2\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}.$$

b) Sílu, která působí na píst, vypočteme z Bernoulliovy rovnice $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$, protože potenciální energie zůstává v obou částech stříkačky stejná. Pro velikost síly $F = p_1 S_1$ můžeme psát

$$F = \frac{\rho S_1 l^2}{2t^2}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right] = \frac{1{,}41 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot \left(6 \cdot 10^{-2}\right)^2}{2 \cdot 5^2} \cdot \left(\left(\frac{1{,}1 \cdot 10^{-4}}{1{,}1 \cdot 10^{-6}}\right)^2 - 1\right) = 0{,}112\ \mathrm{N}$$

Příklad 6.2

Voda teče laminárně vodorovnou trubkou průřezu $S_1 = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$, který se zúží na dvě třetiny původního. Rozdíl tlaku mezi širokou a úzkou částí trubice je 4000 Pa.

Vypočítejte:

objemový tok vody, který je definován $R = vS$.

Řešení:

Z Bernoulliovy rovnice vyplývá $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$, protože potenciální energie zůstává v obou částech trubky stejná. Potrubí se zužuje, musí platit , že v_2 je větší než v_1, a proto p_1 musí být větší než p_2. Objemový tok je v důsledku platnosti rovnice kontinuity stejně velký v široké i úzké části.

$R = v_1 S_1 = v_2 S_2$. Pro rychlosti můžeme s využitím vztahu $S_2 = \frac{2}{3} S_1$ psát

$$v_1 = \frac{R}{S_1}, \quad v_2 = \frac{R}{S_2} = \frac{3R}{2S_1}.$$

Po dosazení do Bernoulliovy rovnice a vyjádření $\Delta p = p_1 - p_2$ dostaneme vztah

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{9R^2}{4S_1^2} - \frac{R^2}{S_1^2}\right) = \frac{5\rho R^2}{8S_1^2}$$ a odtud

$$R = S_1\sqrt{\frac{8\Delta p}{5\rho}} = 1{,}1\cdot 10^{-3}\sqrt{\frac{8\cdot 4\cdot 10^3}{5\cdot 10^3}} = 2{,}78\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

Příklad 6.3

Potrubí o vnitřním průměru 2,5 cm čerpá vodu do přízemí domu rychlostí $0{,}8\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ pod tlakem $1{,}5\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$. Potrubí v 2. patře ve výšce 9 m má průměr 1,25 cm.

Vypočítejte:

a) rychlost proudu vody ve 2. patře,

b) tlak vody ve 2. patře.

Řešení:

a) Z rovnice kontinuity stanovíme rychlost v_2 v 2. patře pomocí známé rychlosti v_1 v přízemí a známých průřezů S_1, S_2.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 ,$$

$$v_2 = v_1\frac{d_1^2}{d_2^2} = 0{,}8\cdot\frac{2{,}5^2}{1{,}25^2} = 3{,}2\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}.$$

b) Z Bernoulliovy rovnice vyplývá, že

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h .$$

Rovnici můžeme využít pro stanovení tlaku p_2. Platí relace

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(1-\frac{d_1^4}{d_2^4}\right) - \rho g h = 1{,}5\cdot 10^5 + \frac{1}{2}10^3\cdot 0{,}8^2\cdot\left(1-\frac{2{,}5^4}{1{,}25^4}\right) - 10^3\cdot 9{,}81\cdot 9 =$$

$$= 1{,}5\cdot 10^5 - 5{,}12\cdot 10^3 - 88{,}29\cdot 10^3 = \left(1{,}5 - 0{,}0512 - 0{,}8829\right)\cdot 10^5 = 0{,}57\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$$

kap.7 – str. 123 správně:

V rovnovážném stavu připadá na každý stupeň volnosti soustavy hodnota energie jedna polovina *kT*.

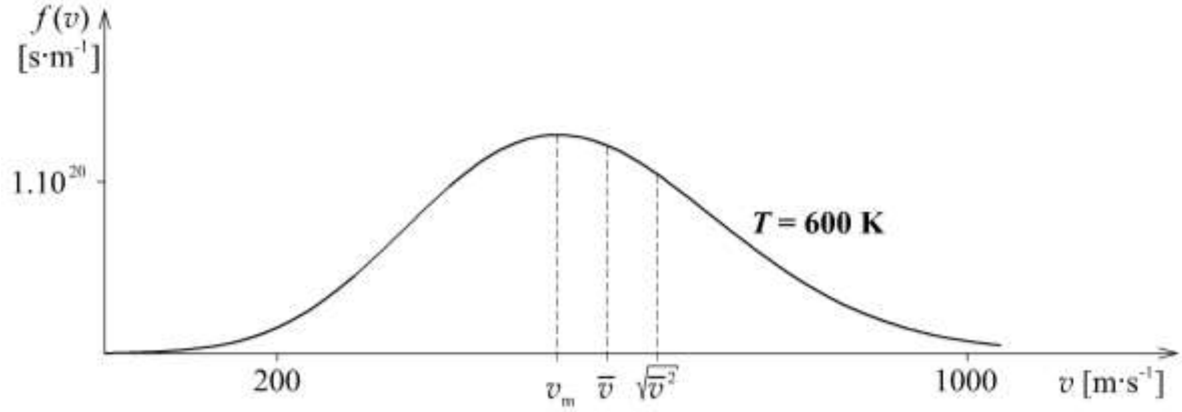
kap.7 – str. 124vztah (7.25) správně:

$$f\left(v\right) = A v^2 \exp\left(-\frac{\frac{1}{2}m v^2}{kT}\right)$$

Koeficient A nezávislý na rychlosti je

$$A = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}}$$

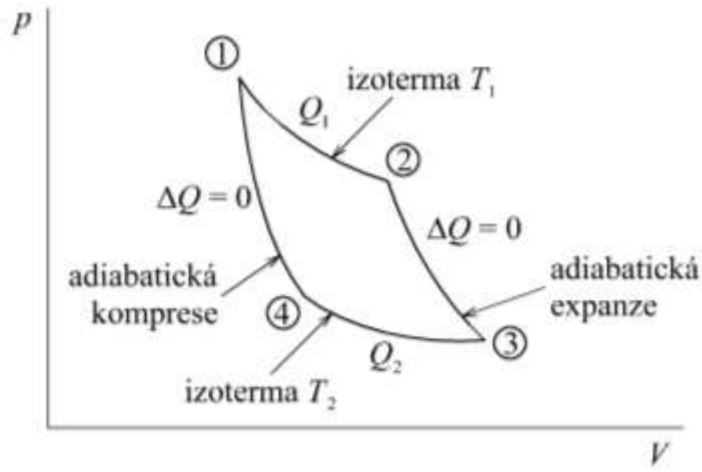
kap.7 – str. 125 obr. 7.2 správně (zobrazení indexu u rychlosti v_{m}):



Obr. 7.2

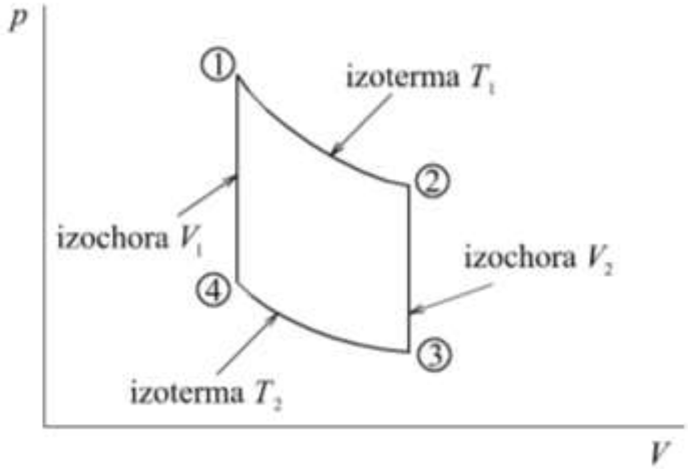
kap.7 – str. 125, 1. věta kapitoly 7.7 správně:
Stavová rovnice ve tvaru $pV_m = R_mT$ platí pro látkové množství 1 molu ideálního plynu.

kap.7 – str. 138 správně:



Obr. 7.12

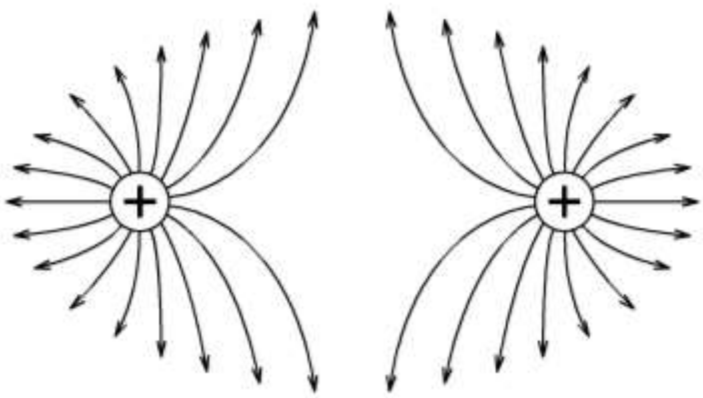
kap.7 – str. 138 správně:



Obr. 7.13

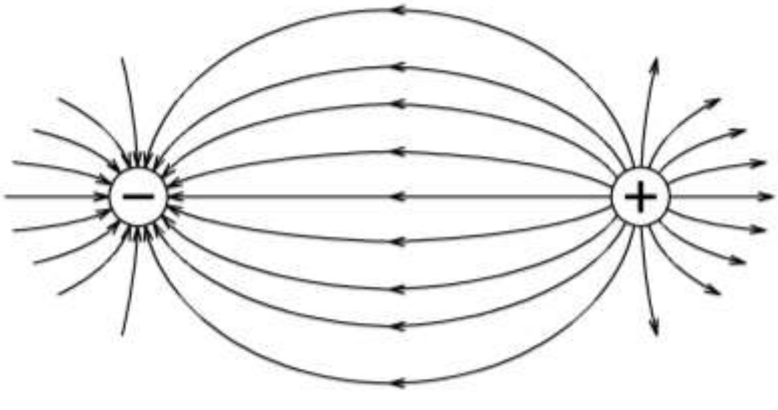
kap.8 – str. 147 správně:
Jestliže chceme Coulombův zákon (8.1) přepsat do vektorového tvaru, zavedeme vektor $\vec{r}$, který míří z náboje 1 do náboje 2.

kap.8 – str. 148 správně:



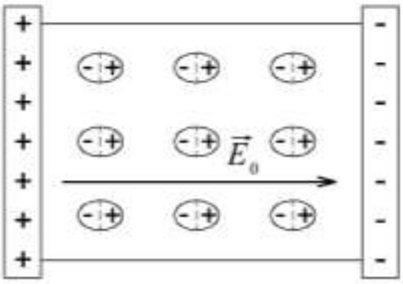
Obr. 8.2

kap.8 – str. 149 správně:

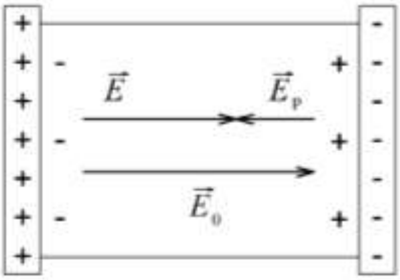


Obr. 8.3

kap.8 – str. 167 správně:



Obr. 8.17 a



Obr. 8.17 b