

URČOVÁNÍ PLOCH A OBJEMŮ

Plochy jednoduchých rovinných obrazců stejně tak jako povrchy pravidelných těles určujeme zpravidla výpočtem ze změřených rozměrů. Plocha je pak nepřímo měřenou veličinou, což musíme uvažovat při výpočtu její nejistoty.

Příklad:

Úkolem je stanovit povrch vzorku ve tvaru kvádrů o rozměrech $a = 10,0$ mm, $b = 15,1$ mm, $c = 30,0$ mm. Všechny rozměry byly měřeny posuvným měřítkem s chybou 0,1 mm. Nejistotu ve stanovení povrchu $S = 2(ab + ac + bc)$ určíme z kvadratického zákona šíření nejistot, protože S je obecnou funkcí přímo měřených veličin a , b , c .

Nejistotu typu B určíme na základě obecného vztahu šíření nejistot, kde $u_{aB} = u_{bB} = u_{cB} = \frac{0,1}{\sqrt{3}}$ mm, (předpokládáme rovnoměrné rozdělení hodnot v rozmezí daném

krajními mezemi chyby). Po úpravě dostáváme pro u_{SB} výraz

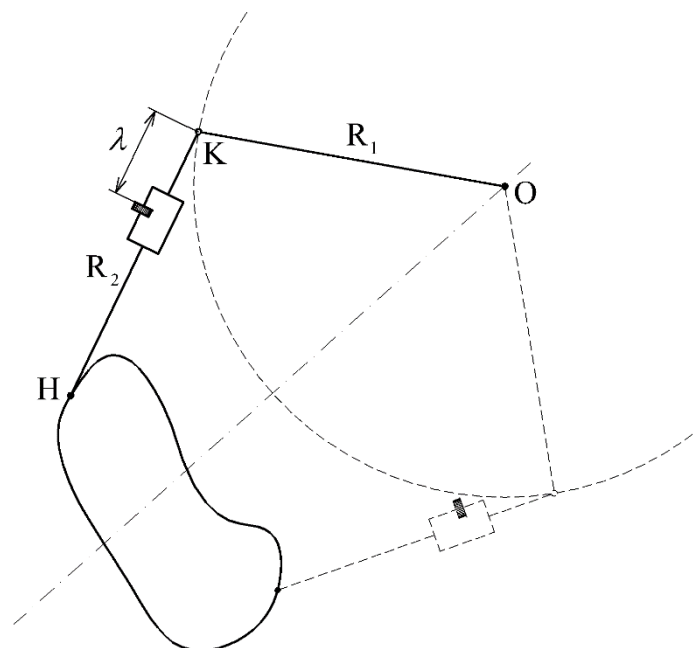
$$\begin{aligned} u_{SB} &= \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^2 u_{aB}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial b}\right)^2 u_{bB}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial c}\right)^2 u_{cB}^2} = \\ &= \sqrt{4(b+c)^2 u_{aB}^2 + 4(a+c)^2 u_{bB}^2 + 4(a+b)^2 u_{cB}^2} = \\ &= 2u_{aB} \sqrt{(b+c)^2 + (a+c)^2 + (a+b)^2} \\ &= 7,54 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Výsledek zapíšeme ve tvaru.

$$S = (1808,0 \pm 7,6) \text{ mm}^2$$

Měření rozměrů nemá obvykle smysl opakovat, protože rozdíly v rozměrech (měřené v jednom místě vzorku) jsou ve většině případů mnohem menší než činí chyba odečtu v tomto případě posuvným měřidlem. Nejistotu typu A proto neuvažujeme.

Polární planimetr používáme pro určení plochy nepravidelných obrazců. Metoda je vhodná pro rovinné plochy středních rozměrů. Schéma planimetru je na obr. 1.



Obr. 1

Skládá se ze dvou ramen R_1 a R_2 vzájemně spojených kloubem K . Druhý konec ramene R_1 je opatřen těžkým válečkem s hrotem označeným O a druhý hrot ramene R_2 nese snímací hrot H . Na rameni R_2 je umístěno měřicí kolečko se stupnicí, jehož polohu na rameni lze podle potřeby měnit. Měření se provádí tak, že se hrot O upevní (zabodne) do podložky poblíž obrazce a snímacím hrotem H se objíždí hranice obrazce. Leží-li bod O vně obrazce, vrátí se kloub K při jednom oběhu obrazce do původní polohy. Platí že změna údaje na stupnici měřicího kolečka je úměrná ploše obrazce. Konstantu k této úměrnosti stanovíme pomocí kontrolní plochy. Součástí každého planimetru je přesné kontrolní pravítko opatřené na jedné straně hrotem a na druhé straně důlčíkem. Pravítko se zabodne do podložky a po vložení snímacího hrotu H do důlčíku se otočí pravítkem o 360° . Přitom se údaj na stupnici měřicího kolečka změní o s dílků. Protože velikost kontrolní plochy S_k udává výrobce, konstantu úměrnosti k vypočteme ze vztahu

$$k = \frac{S_k}{s} . \quad (1)$$

Konstanta k se udává v $\text{mm}^2 \cdot \text{dílek}^{-1}$. Velikost kontrolní plochy bývá 10^4 mm^2 .

Objem pravidelných těles obvykle určujeme výpočtem na základě měření jejich rozměrů. Objem je pak nepřímo měřená veličina, která je funkcí přímo měřených rozměrů tělesa, a její nejistota toto musí respektovat. Jestliže rozměry tělesa měříme pouze jednou, uplatní se pouze nejistota typu B, která závisí na chybách a nejistotách jednotlivých rozměrů tělesa.

Příklad:

Úkolem je stanovit objem tělesa ve tvaru válce o rozměrech: průměr $d = 12,5$ mm, výška $h = 50,0$ mm. Rozměry byly změřeny posuvným měřítkem s nepřesností 0,1 mm. Objem stanovíme podle vztahu $V = \frac{\pi d^2 h}{4} = 6136 \text{ mm}^3$. Relativní nejistota objemu $u_{rV} = \sqrt{4u_{rdB}^2 + u_{rhB}^2}$.

Po dosazení $u_{dB} = u_{hB} = \frac{0,1}{\sqrt{3}}$ mm dostaneme $u_{rdB} = \frac{0,1}{\sqrt{3} \cdot 12,5}$, $u_{rhB} = \frac{0,1}{\sqrt{3} \cdot 50,0}$

a výsledná hodnota $u_{rV} = 0,0093$. Relativní nejistota objemu činí 0,9 %.

Vypočteme absolutní nejistotu objemu a zaokrouhlíme ji na dvě platná místa:

$$u_V = u_{rV} V = 0,0093 \cdot 6136 = 57,0648 \text{ mm}^3 \doteq 58 \text{ mm}^3.$$

Výsledek zapíšeme ve tvaru $V = (6,136 \pm 0,058) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.

Zpřesnění výsledku vyžaduje především zpřesnění měření průměru válce, protože příspěvek prvního členu pod odmocninou je vzhledem k mocnině čtyřikrát větší. Např. změříme-li průměr válce mikrometrem, tj. s chybou 0,01 mm, zmenší se velikost prvního členu desetkrát a relativní nejistota objemu klesne na 0,25 %. V konkrétních případech je ovšem nutné zvážit podíl relativních nejistot jednotlivých veličin na celkové relativní nejistotě a podle toho volit měřidla pro jednotlivé rozměry.

Pro nepravidelná tělesa volíme některou z nepřímých metod. Těleso můžeme ponořit do kapaliny v odměrném válci, který je opatřen stupnicí kalibrovanou v jednotkách objemu. Objem tělesa je roven objemu vytlačené kapaliny a ten určíme jako rozdíl objemů kapaliny ve válci po a před ponořením tělesa.

Principem další nepřímé metody je určení objemu prostřednictvím vážení, které je vždy podstatně přesnější. **Zvážíme stejný objem kapaliny známé hustoty. Podrobněji je tato metoda vysvětlena v odstavci 7.1.**

V případě kapalin lze přesného vymezení objemu V kapaliny dosáhnout např. pomocí pyknometru či pipety nebo méně přesně pomocí odměrného válce. Při použití odměrných válců je třeba při stanovení chyb čtení přihlídnout ke skutečnosti, že různé druhy kapalin odlišným způsobem smáčí stěny válce a tento fakt zahrnout do chyby čtení, eventuálně do nejistoty.