

Fyzika 1 - rámcové příklady

Kinematika a dynamika hmotného bodu, gravitační pole

1. Určete skalární a vektorový součin dvou obecných vektorů $\vec{A}$ a $\vec{B}$ a popište, jak závisí výsledky těchto součinů na úhlu mezi vektory. Nakreslete příslušné závislosti pro rozsah úhlů $0 - 2\pi$ rad.
2. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby výsledek skalárního součinu $\vec{A} \cdot \vec{B}$ byl nulový. Navrhněte fyzikální jev, který takového výsledku využívá.
3. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby výsledek skalárního součinu $\vec{A} \cdot \vec{B}$ byl maximální. Navrhněte fyzikální jev, který takového výsledku využívá.
4. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby výsledek vektorového součinu $\vec{A} \times \vec{B}$ byl nulový vektor. Navrhněte fyzikální jev, který takového výsledku využívá.
5. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby výsledek vektorového součinu $\vec{A} \times \vec{B}$ byl vektor o maximální možné velikosti. Jaký je směr takového vektoru? Jak souvisí velikosti dílčích vektorů s velikostí výsledného vektoru? Navrhněte fyzikální jev, který takového výsledku využívá.
6. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby výsledek skalárního součinu $\vec{A} \cdot \vec{B}$ byl roven polovině součinu velikostí vektorů $\vec{A}$ a $\vec{B}$. Jaký musí být úhel mezi vektory $\vec{A}$ a $\vec{B}$?
7. Zvolte číselně složky vektoru $\vec{A}$. Nalezněte libovolný vektor $\vec{B}$ tak, aby velikost vektorového součinu $\vec{A} \times \vec{B}$ byla rovna polovině součinu velikostí vektorů $\vec{A}$ a $\vec{B}$. Jaký musí být úhel mezi vektory $\vec{A}$ a $\vec{B}$?
8. Odvoďte a nakreslete závislost velikosti výsledku skalárního součinu $\vec{A} \cdot \vec{B}$ na úhlu mezi dílčími vektory $\vec{A}$ a $\vec{B}$.
9. Odvoďte a nakreslete závislost velikosti výsledku vektorového součinu $\vec{A} \times \vec{B}$ na úhlu mezi dílčími vektory $\vec{A}$ a $\vec{B}$.
10. Vektor $\vec{A}$ leží v rovině xy a s oběma osami svírá úhel 45° . Navrhněte složky vektoru $\vec{A}$ tak, aby výsledná velikost vektoru činila 20-ti násobek jednotkové velikosti vektoru $\vec{A}$. Nalezněte složky jednotkového vektoru $\vec{B}$ tak, aby s vektorem $\vec{A}$ svíral úhel 15° a zároveň ležel v rovině xy .
11. Vektor $\vec{A}$ leží v rovině xy a s osou x svírá úhel 60° . Nalezněte složky jednotkového vektoru $\vec{B}$ tak, aby s vektorem $\vec{A}$ svíral úhel 90° a zároveň neležel v rovině xy .

12. Vektor $\vec{A}$ má složky (2;3;1). Určete velikost vektoru $\vec{A}$. Stanovte složky vektoru $\vec{A}_j$, pro který platí $\vec{A} = |\vec{A}|\vec{A}_j$. Dále nalezněte složky libovolného vektoru $\vec{B}$ tak, aby $\vec{A} \perp \vec{B}$.
13. Zvolte libovolnou hodnotu konstantního zrychlení hmotného bodu při translačním pohybu. Za podmínky, že se na počátku pohybu hmotný bod nacházel v počátku souřadnic a byl v klidu, odvoďte obecné rovnice pro rychlost a polohu hmotného bodu. Závislosti nakreslete a popište.
14. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 13, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0$ s v počátku souřadnic, nicméně se již pohyboval konstantní rychlostí ve směru působícího zrychlení? Závislosti nakreslete a popište.
15. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 13, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0$ s v klidu ve vzdálenosti r od počátku souřadnic? Závislosti nakreslete a popište.
16. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 13, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0$ s v počátku souřadnic, ale zároveň se pohyboval konstantní rychlostí ve směru osy y , zatímco zrychlení začalo působit ve směru osy x ? Závislosti nakreslete a popište. Dále odvoďte rovnici trajektorie jako funkci $y = y(x)$.
17. Mějme lineární závislost velikosti rychlosti hmotného bodu na čase, přičemž tato závislost prochází počátkem. Hmotný bod koná translační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete závislosti polohy a zrychlení hmotného bodu na čase.
18. Mějme lineární závislost velikosti rychlosti hmotného bodu na čase, přičemž tato závislost neprochází počátkem. Hmotný bod koná translační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete závislosti polohy a zrychlení hmotného bodu na čase.
19. Zvolme libovolnou kvadratickou závislost $x = x(t)$. Vysvětlíte fyzikální význam jednotlivých členů rovnice a určete závislosti, které popisují rychlost a zrychlení hmotného bodu.
20. Poloha tělesa pohybujícího se po ose x je dána vztahem $x = 3t - 4t^2 + t^3$, kde x je v metrech a t v sekundách. Jaká je poloha, rychlost a zrychlení tělesa v okamžicích $t = 1, 2, 3$ a 4 s? Existuje v tomto pohybu ryv?
21. Polohový vektor částice závisí na čase vztahem $\vec{r} = A\cos(3bt)\vec{i} + A\sin(3bt)\vec{j}$, kde A a b jsou konstanty. Určete složky vektorů rychlosti a zrychlení a dále jejich velikosti. Určete tečnou a normálovou složku zrychlení a odvoďte rovnici trajektorie jako funkci $y = y(x)$. Stanovte úhlovou rychlost a periodu pohybu.
22. Částice se pohybuje v rovině xy tak, že její souřadnice se mění s časem t podle vztahů: $x = A + Bt^2$; $y = -Ct^2$, kde A, B, C jsou konstanty. Určete fyzikální rozměry konstant. Dále určete složky vektorů rychlosti a zrychlení a jejich velikosti. Odvoďte rovnici trajektorie jako funkci $y = y(x)$.

23. Rychlost částice je dána rovnicí $v_x = -6t + 12$ (kde t je v sekundách a x v metrech). Počáteční poloha částice je $x_0 = 4$ m. Pro časové okamžiky $t = 1, 2$ a 3 s určete velikost zrychlení částice, směr jejího pohybu a polohu částice.
24. Částice má počáteční rychlost $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. V průběhu následujících $2,4$ s se její rychlost změní tak, že dosáhne velikosti $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost zrychlení částice za podmínky, že je konstantní. Jakou vzdálenost urazí částice za daný čas?
25. Jak se změní výsledky v příkladu č. 24, jestliže budeme uvažovat, že zrychlení působící na částici rovnoměrně klesá z určité maximální hodnoty a v čase $2,4$ s dosáhne hodnoty $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
26. Jak se změní výsledky v příkladu č. 24, jestliže budeme uvažovat, že zrychlení působící na částici rovnoměrně klesá z určité maximální hodnoty a v čase 5 s dosáhne hodnoty $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
27. Na hmotný bod působí v určitém směru zrychlení, které je lineárně závislé na čase. Zvolte libovolnou závislost, která splňuje zadání. Určete vztah pro rychlost částice, nakreslete ji a popište jednotlivé členy rovnice pro rychlost. Existuje v tomto pohybu jev, který nazýváme "ryv"? Jaký má význam?
28. Hmotný bod padá volným pádem z výšky h v tíhovém poli Země (odpor prostředí zanedbejte). Ze známé konstantní hodnoty působícího zrychlení odvoďte obecné rovnice pro rychlost a polohu hmotného bodu. Výsledné závislosti nakreslete a popište.
29. Jak se změní výsledky v příkladu č. 28, jestliže těleso nebylo z výšky h volně upuštěno, ale bylo vodorovně vrženo? Pro vhodnou volbu konstant určete dobu pádu hmotného bodu pro obě zadání.
30. Hmotný bod je vržen z nulové výšky svisle vzhůru v tíhovém poli Země (odpor prostředí zanedbejte). Určete maximální dostup a čas, za který hmotný bod dosáhne maximální výšky. Dále stanovte čas, za který dopadne zpět na zemský povrch. Výpočet proveďte obecně s diskusí konstant, poté zvolte číselné hodnoty a stanovte výsledky.
31. Hmotný bod je vržen z nulové výšky šikmo vzhůru pod úhlem α v tíhovém poli Země (odpor prostředí zanedbejte). Určete maximální dostup a čas, za který hmotný bod dosáhne maximální výšky. Dále stanovte čas, za který dopadne zpět na zemský povrch. Výpočet proveďte obecně s diskusí konstant, poté zvolte číselné hodnoty a stanovte výsledky.
Jak se změní výsledky v příkladu, jestliže vrhneme těleso stejným způsobem z vrcholu věže vysoké h ?
32. Stratosférický balón s měřicím zařízením o celkové hmotnosti m svisle stoupá v zemském tíhovém poli konstantní rychlostí v_0 . Pozorováním bylo zjištěno, že v čase t_1 po odpoutání balónu z povrchu zemského došlo k neočekávanému uvolnění měřicího zařízení o hmotnosti m_0 , které volným pádem spadlo zpátky na zemský povrch. Odpor vzduchu zanedbejte. Určete maximální dostup, dobu pádu a pádovou rychlost uvolněného zařízení.

33. Dělníkovi na stavbě spadl nešťastnou náhodou hasák a narazil na zem rychlostí $24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Z jaké výšky padal? Jak dlouho trval jeho pád? Nakreslete grafy závislostí $y(t)$, $v_y(t)$ a $a_y(t)$.
34. V detektivce objevila policie tělo pohřešovaného pod otevřeným oknem, ve vzdálenosti 4,6 m od domu. Okno je ve výšce 24 m nad zemí. Inspektor má podezření, že příčinou smrti nebyl nešťastný pád z okna. Odhadněte, zda může mít pravdu. Odhad zdůvodněte.
35. Určete velikost zrychlení působící na cestující rychlovlaku, který rychlostí $290 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vjede do oblouku o poloměru 2000 m.
36. Určete velikost a směr zrychlení působící na sprintera při běhu zatáčkou o poloměru 25 m. Rychlost běžce je $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
37. Jeden z modelů atomu vodíku je založen na představě elektronu obíhajícího kolem protonu po kruhové dráze o průměru $5,28 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ rychlostí o velikosti $2,18 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost a směr zrychlení elektronu a dále periodu jeho pohybu.
38. Zvolte libovolnou hodnotu konstantního úhlového zrychlení kola o poloměru R . Za podmínky, že na počátku pohybu bylo kolo v klidu, odvoďte obecné rovnice pro úhlovou rychlost (frekvenci otáčení) a úhlovou výchylku (počet otáček) kola. Závislosti nakreslete a popište. Řešení formálně porovnejte s příkladem č. 13.
39. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 38, jestliže kolo nebylo na počátku pohybu v klidu, ale již se otáčelo konstantním počtem otáček za minutu ve směru působícího úhlového zrychlení? Závislosti nakreslete a popište.
40. Mějme lineární závislost velikosti úhlové rychlosti kola na čase, přičemž tato závislost prochází počátkem. Kolo koná rotační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete závislosti úhlové výchylky a úhlového zrychlení kola na čase.
41. Mějme lineární závislost velikosti úhlové rychlosti kola na čase, přičemž tato závislost neprochází počátkem. Kolo koná rotační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete závislosti úhlové výchylky a úhlového zrychlení kola na čase.
42. Zvolme libovolnou kvadratickou závislost počtu otáček kola na čase. Vysvětlete fyzikální význam jednotlivých členů rovnice a určete závislosti, které popisují úhlovou rychlost a úhlové zrychlení kola.
43. Úhlová výchylka otáčejícího se kola je dána vztahem $\varphi = 3t - 4t^2 + t^3$, kde φ je v radiánech a t v sekundách. Jaká je úhlová rychlost a úhlové zrychlení kola v okamžicích $t = 1, 2, 3$ a 4 s ?
44. Definujte Newtonův gravitační zákon. Popište jednotlivé veličiny a nakreslete závislost velikosti síly na hmotnosti jednoho z těles nacházejícího se ve zvolené vzdálenosti r od středu druhého tělesa. Dále popište závislost velikosti gravitační síly na vzdálenosti těles, jestliže jsou hmotnosti těles neměnné.
45. Pomocí gravitačního zákona určete intenzitu gravitačního pole na povrchu Země.

46. V jaké výšce nad zemským povrchem má gravitační zrychlení velikost $4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?
47. Kosmická raketa krouží kolem Země ve výšce 400 km nad zemským povrchem. Určete velikost dostředivého zrychlení působící na raketu na její oběžné dráze. Výsledek přepočítejte na násobky gravitačního zrychlení g na zemském povrchu.
48. Určete 1. kosmickou rychlost (jde o rychlost, kterou se pohybuje těleso zanedbatelné hmotnosti po kruhové dráze o poloměru odpovídajícímu střednímu poloměru Země).
49. Ve vrcholech čtverce o straně a jsou umístěny čtyři částice o hmotnostech m . Určete velikost a směr výsledné intenzity gravitačního pole ve středu čtverce.
50. Ukažte, že gravitační pole je konzervativní. Využijte konzervativnosti gravitačního pole k řešení jednoho z příkladů na vrhy (příklady č. 28 - 34).
51. Definujte obecně pojem potenciální energie a určete pomocí gravitačního zákona změnu potenciální energie v gravitačním poli Země při pádu tělesa o hmotnosti 1 kg z výšky 100 m na povrch Země.
52. Odvozením z Newtonova gravitačního zákona stanovte výšku geostacionární družice nad povrchem Země.
53. Odvozením z Newtonova gravitačního zákona stanovte výšku družice systému GPS nad povrchem Země. Doba oběhu družice je 12 hodin.
54. Uvažujte družici obíhající Zemi po kruhové dráze. Nalezněte závislost periody, kinetické energie a rychlosti družice na poloměru r dráhy.
55. Určete 2. kosmickou rychlost (je to nejnižší možná rychlost, při které těleso může definitivně opustit sféru gravitačního vlivu planety Země).
56. Definujte Newtonovy zákony. Jaký je směr vektoru síly působící na hmotný bod o hmotnosti m , jestliže jeho zrychlení má směr osy y ?
57. Zvolte libovolnou hodnotu konstantní síly působící na hmotný bod o hmotnosti m . Za podmínky, že se na počátku pohybu hmotný bod nacházel v počátku souřadnic a byl v klidu, odvoďte obecné rovnice pro zrychlení, rychlost a polohu hmotného bodu. Závislosti nakreslete a popište.
58. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 57, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0 \text{ s}$ v počátku souřadnic, nicméně se již pohyboval konstantní rychlostí ve směru působícího zrychlení? Závislosti nakreslete a popište.
59. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 57, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0 \text{ s}$ v klidu ve vzdálenosti r od počátku souřadnic? Závislosti nakreslete a popište.
60. Jak se změní výsledné rovnice v příkladu č. 57, jestliže byl hmotný bod v čase $t_0 = 0 \text{ s}$ v počátku souřadnic, ale zároveň se pohyboval konstantní rychlostí ve směru osy y , zatímco síla začala působit ve směru osy x ? Závislosti nakreslete a popište.

61. Mějme lineární závislost velikosti rychlosti hmotného bodu na čase, přičemž tato závislost prochází počátkem. Hmotný bod o hmotnosti m koná translační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete velikost a charakter síly působící na hmotný bod.
62. Mějme lineární závislost velikosti rychlosti hmotného bodu na čase, přičemž tato závislost neprochází počátkem. Hmotný bod o hmotnosti m koná translační pohyb. Popište vlastnosti takového pohybu a určete velikost a charakter síly působící na hmotný bod.
63. Zvolme libovolnou kvadratickou závislost $x = x(t)$. Vysvětlete fyzikální význam jednotlivých členů rovnice a určete sílu, která způsobuje rovnici popsaný translační pohyb tělesa o hmotnosti m .
64. Poloha tělesa pohybujícího se po ose x je dána vztahem $x = 3t - 4t^2 + t^3$, kde x je v metrech a t v sekundách. Stanovte velikost síly působící na těleso o hmotnosti 2 kg v okamžicích $t = 1, 2, 3$ a 4 s. Popište závislost síly na čase.
65. Částice o hmotnosti m se pohybuje v rovině xy tak, že její souřadnice se mění s časem t podle vztahů: $x = A + Bt^2$; $y = -Ct^2$, kde A, B, C jsou konstanty. Určete fyzikální rozměry konstant. Dále určete směr a výslednou velikost vektoru síly působící na těleso v určitém čase t_1 . Jaký je obecný charakter závislosti působící síly na čase?
66. Rychlost částice o hmotnosti 0,02 kg je dána rovnicí $v_x = -6t + 12$ (kde t je v sekundách a x v metrech). Počáteční poloha částice je $x_0 = 4$ m. Pro časové okamžiky $t = 1, 2$ a 3 s určete směr a velikost síly působící na částici a polohu částice.
67. Částice o hmotnosti 1 g má počáteční rychlost $18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. V průběhu následujících 2,4 s se její rychlost změní tak, že dosáhne velikosti $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost síly působící na částici za podmínky, že je konstantní. Jakou vzdálenost urazí částice za daný čas?
68. Jak se změní výsledky v příkladu č. 67, jestliže budeme uvažovat, že síla působící na částici rovnoměrně klesá z určité maximální hodnoty a v čase 2,4 s dosáhne nulové hodnoty?
69. Jak se změní výsledky v příkladu č. 67, jestliže budeme uvažovat, že síla působící na částici rovnoměrně klesá z určité maximální hodnoty a v čase 5 s dosáhne nulové hodnoty?
70. Na hmotný bod o hmotnosti m působí v určitém směru síla, které je lineárně závislá na čase. Zvolte libovolnou závislost, která splňuje zadání. Určete vztah pro rychlost částice, nakreslete ji a popište jednotlivé členy rovnice pro rychlost. Jaká je závislost polohy částice na čase?
71. Na těleso o hmotnosti 10 kg působí brzdící síla, jejíž velikost závisí na čase podle funkce $F = F_0 + \frac{1}{2}kt^2$, kde $F_0 = 0 \text{ N}$ a $k = 8 \text{ N} \cdot \text{s}^{-2}$. Těleso se před působením síly pohybovalo rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, po zastavení tělesa síla přestala působit. Určete maximální velikost působící síly a čas a polohu tělesa, kdy jí bude dosaženo. Dále stanovte rychlost a polohu tělesa v čase 10 s.

72. Těleso o hmotnosti $m = 200 \text{ g}$ bylo vrženo svisle vzhůru v tíhovém poli Země z výšky $h = 62 \text{ m}$. V čase $t = 2 \text{ s}$ těleso již padá a jeho okamžitá rychlost v má velikost $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete maximální výšku tělesa a čas dopadu. Odpor prostředí zanedbejte.
73. Malý kamínek o hmotnosti $m = 20 \text{ g}$ je vodorovně vržen v tíhovém poli Země ze skály nad mořem. V čase $t = 5,1 \text{ s}$ kamínek dopadne na hladinu moře, jeho okamžitá rychlost v má tuto chvíli velikost $56 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete výšku skály nad mořem a vzdálenost dopadu kamínku od paty skály. Dále stanovte velikost rychlosti v místě dopadu a úhel dopadu. Odpor prostředí zanedbejte.
74. Vystřelené torpédo je při pohybu pod vodní hladinou poháněno motorem na stlačený vzduch. Motor má příkon 60 kW a jeho účinnost je 84% . Určete tahovou sílu hnacího šroubu, jestliže torpédo urazí za dobu 5 min rovnoměrným pohybem dráhu 4500 m .
75. Čerpadlo odčerpává vodu z dolu z hloubky 100 m a na povrchu ji vypouští rychlostí o velikosti $30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Za 10 s se odčerpá voda o hmotnosti 30 kg . Pětina vynaložené práce se spotřebuje na překonávání třecích sil. Určete výkon čerpadla.
76. Auto o hmotnosti 1200 kg má motor o výkonu 33 kW . V jakém největším stoupání je schopno udržet rychlost $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$?
77. Střela pohybující se rychlostí $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ prorazila desku do hloubky 4 cm . Střední síla odporu desky proti pronikání střely je rovna $5\cdot 10^3 \text{ N}$. Určete hmotnost střely, považujeme-li pohyb střely v desce za rovnoměrně zpomalený.
78. Na částici působí konstantní síla o velikosti 6 N , která leží v rovině xy a se směrem kladné osy x svírá úhel 50° . Jakou práci vykoná tato síla při posunutí částice z počátku souřadnic do bodu $[2;-4;0] \text{ m}$?
79. Koule o hmotnosti m , přivázaná na konci provazu délky L , se pohybuje po kružnici ve svislé rovině. V nejvyšším bodě trajektorie je napětí provazu právě nulové. Určete velikost rychlosti koule v místech, kde je provaz vodorovný. Odpor vzduchu a hmotnost provazu neuvažujte.
80. Koule o hmotnosti m , přivázaná na konci provazu délky L , se pohybuje po kružnici ve svislé rovině. V nejvyšším bodě trajektorie je napětí provazu právě nulové. Určete velikost rychlosti koule v nejnižším bodě. Odpor vzduchu a hmotnost provazu neuvažujte.
81. Koule o hmotnosti m , přivázaná na konci provazu délky L , se pohybuje po kružnici ve svislé rovině. V nejvyšším bodě trajektorie je napětí provazu právě nulové. Jak velkou silou je provaz napínán v místech, kde je vodorovný? Odpor vzduchu a hmotnost provazu neuvažujte.
82. Koule o hmotnosti m , přivázaná na konci provazu délky L , se pohybuje po kružnici ve svislé rovině. V nejvyšším bodě trajektorie je napětí provazu právě nulové. Jak velkou silou je provaz napínán v nejnižším bodě? Odpor vzduchu a hmotnost provazu neuvažujte.