

# Modelování systémů a procesů 2012

11. 4. 2012

## 5 příkladů na spojité systémy (maximum 30 bodů)

1. Podle definice Laplaceovy transformace platí věta o posunutí ve tvaru

$$\mathcal{L}\{\mathbb{1}(t - \tau)g(t - \tau)\} = e^{-p\tau} \mathcal{L}\{g(t)\} = e^{-p\tau} G(p).$$

Využijte tento vzorec pro nalezení Laplaceovy transformace posunuté funkce zadané jako

$$f(t) = \mathbb{1}(t - 3)g(t - 3) = \mathbb{1}(t - 3)(t^2 - 5t + 2).$$

Nejprve doporučujeme nalézt funkci  $g(t)$ .

*správné řešení 4 body*

2. Spojitý LTI systém je popsán diferenciální rovnicí

$$f''(t) + a^3 f(t) = 0$$

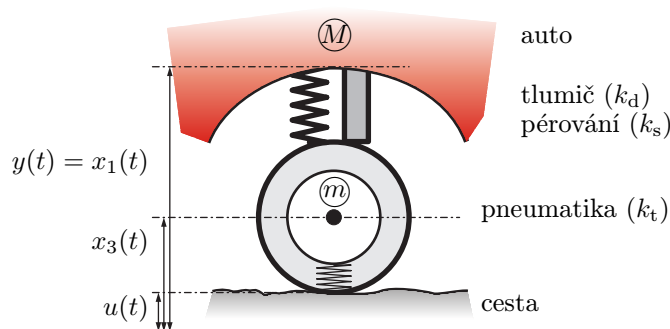
pro počáteční hodnoty  $f(0) = 1$  a  $f'(0) = 2a$  a  $f''(0) = a^2$ . Pro jaké hodnoty  $a$  je řešení diferenciální rovnice stabilní? Znárodněte průběh řešení pro  $a = 1$ .

*správné řešení 5 bodů*

3. Určete stabilitu a impulsní odezvu  $h(t)$  systému s přenosovou funkcí

$$H(p) = \frac{1}{1 + 2p + 2p^2 + p^3}.$$

*správné řešení 6 bodů*



4. Na obrázku je model zavěšení kola vozidla a jeho odpružení s koeficienty tuhosti  $k_t$ ,  $k_s$  a  $k_d$ . Jestliže platí pohybové rovnice

$$\begin{aligned} M \ddot{x}_3(t) + k_t [x_3(t) - u(t)] - k_s [x_1(t) - x_3(t)] - k_d [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_3(t)] &= 0, \\ m \ddot{x}_1(t) + k_s [x_1(t) - x_3(t)] + k_d [\dot{x}_1(t) - \dot{x}_3(t)] &= 0, \end{aligned}$$

nalezněte stavový popis s použitím vektoru stavových proměnných  $[x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]$ . Nalezněte přenosovou funkci  $H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$ , která charakterizuje chování vozidla v závislosti na povrchu vozovky.

*správné řešení 7 bodů*

5. Systém je popsán diferenciálními rovnicemi

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

a

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

- Je uvedený systém stabilní?
- Určete přenosovou funkci tohoto systému  $H(p)$ .
- Vypočítejte přechodovou odezvu.

*správné řešení 8 bodů*