

Modelování systémů a procesů 2012

10. 5. 2012

5 příkladů na diskretní systémy
(maximum 30 bodů)

1. Impulsní odezva LTI systému je

$$h(n) = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n - 4 \left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Nalezněte přenosovou funkci systému a jeho diferenční rovnici.

správné řešení 5 bodů

2. Diskretní LTI systém je popsán diferenční rovnicí

$$y(n+3) + a^3 y(n) = b \cdot \mathbb{1}(n)$$

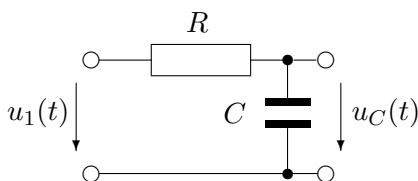
s počátečními podmínkami $y(0) = 1$ a $y(1) = 2a$ a $y(2) = a^2$. Pro jaké hodnoty a je systém stabilní? Znázorněte průběh řešení pro $a = 1$.

správné řešení 5 bodů

3. Určete podmínky stability a impulsní odezvu $h(n)$ systému s přenosovou funkcí

$$H(z) = \frac{abc}{(1 - az^{-1})(1 - bz^{-1})(1 - cz^{-1})}$$

správné řešení 5 bodů



4. Jednoduchý RC článek zobrazený výše lze popsat diferenční rovnicí

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_1(t).$$

Vášim úkolem je převést tuto diferenční rovnici na rovnici diferenční nahrazením derivace zpětnou diferencí. Použijte proměnnou periodu vzorkování T .

- Jaký tvar bude mít výsledná diferenční rovnice?
- Pomocí \mathcal{Z} -transformace nalezněte řešení diferenční rovnice pro $R = 250 \text{ k}\Omega$ a $C = 0,3 \mu\text{F}$ a obecnou hodnotu T .
- Do jednoho obrázku nakreslete spojitě a diskretní řešení. Diskretní řešení sestavte pro několik hodnot $T_1 = 0,1 \text{ s}$, $T_2 = 0,01 \text{ s}$ a $T_3 = 0,001 \text{ s}$.

správné řešení 7 bodů

5. Uvažujte ideální a bohužel nereálnou modelovou situaci, kdy si při rozhodování o hypotéce na vaši nemovitost můžete vybrat z produktů české a švýcarské hypotéční banky. Cena nemovitosti nechť je k Kč, splatnost hypotéky 25 let a úrokové sazby jsou α procent ročně pro českou a β procent ročně pro švýcarskou variantu. Obě hypotéky se splácí a úročí měsíčně. Poplatky za správu hypotéčního účtu a za schválení hypotéky zanedbejte.
- (a) Sestavte diferenční rovnici popisující vývoj aktuální dlužné částky $y(n)$ při měsíčních splátkách ε a minulé dlužné částce $y(n-1)$.
 - (b) Řešte tuto rovnici pomocí \mathcal{Z} -transformace pro $y(n)$ a obecně určete výši splátky ε pro požadovanou dobu splatnosti a další parametry hypotéky.
 - (c) Uvažujte $\alpha = 3,99\%$ ¹ a $\beta = 1,913\%$ ² a současný kurs CZK/CHF vyhlášený ČNB. O kolik by musela koruna vůči franku oslabit, aby se švýcarská hypotéka stala méně výhodnou? Pro jednoduchost uvažujte konstantní směnný kurs po celou dobu trvání hypotéky a neuvažujte omezenou dobu fixace úrokové sazby.

správné řešení 8 bodů

¹LBBW Bank CZ a.s. podle aktuálních hodnot na www.mesec.cz, fixace 10 let, výše hypotéky 75% z ceny nemovitosti

²AXA Winterthur podle aktuálních hodnot na www.vermoegenszentrum.ch, fixace 10 let, výše hypotéky 75% z ceny nemovitosti