

Modelování systémů a procesů

Příklad na zadání zápočtového testu

24. 5. 2012

Připomínáme, že test má celkem čtyři otázky, dvě početní (2×5 bodů) a dvě, zaměřené spíše na ověření vašich znalostí základních principů, na nichž modelování a výpočty lineárních časově invariantních systémů staví (2×2 body). Doba na vypracování testu je 60 minut.

Příklad 1

Uvažujte LTI systém, který je pro $t > 0$ popsán naměřenými hodnotami vstupu

$$u(t) = e^{-t} + e^{-3t}$$

a výstupu

$$y(t) = te^{-3t}.$$

- (a) Nalezněte přenosovou funkci tohoto systému.
- (b) Určete jeho impulsní odezvu.

správné řešení 5 bodů

Příklad 2 – varianta A

Diskrétní systém je popsán diferenční rovnicí

$$y(n+2) + y(n+1) - 2y(n) = 1.$$

- (a) Najděte průběh signálu na výstupu systému pro $y(0) = -1$ a $y(1) = 0$.
- (b) Zakreslete v komplexní rovině polohu pólů a určete, zda je uvedený systém stabilní.

správné řešení 5 bodů

Příklad 2 – varianta B

Obdrželi jste půjčku $y(0)$ Kč, kterou musíte splácet shodnými měsíčními splátkami ve výši $x(n) = x(0) \mathbb{1}(n)$ Kč. Úroková sazba je $\alpha = 0,8\%$ za každé splatné období.

- (a) Sestavte diferenční rovnici pro dosud nezaplacenou sumu $y(n)$.
- (b) S použitím \mathcal{Z} -transformace nalezněte posloupnost $y(n)$.
- (c) Určete počet splátek.

správné řešení 5 bodů

Příklad 3

U zkoumaného diskrétního systému jste změřili prvních 5 hodnot posloupnosti přechodové odezvy $s(n) = \{1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5}\}$.

- (a) Zapište vztah mezi $s(n)$ a $h(n)$ a použijte jej ke stanovení hodnot $h(n)$ pro $n = 0, 1, \dots, 4$.
- (b) Do jednoho grafu zakreslete průběh impulsní a přechodové odezvy.

správné řešení 2 body

Příklad 4 – varianta A

Mějme spojitý LTI systém k -tého řádu, popsany vnějším popisem, tedy diferenciální rovnicí ve tvaru

$$y^{(k)}(t) + a_{k-1}y^{(k-1)}(t) + \dots + a_0y(t) = b_0u(t).$$

Pokud systém převedeme na vnitřní popis,

- (a) jaká bude dimenze stavového vektoru $\mathbf{x}(t)$?
- (b) jakého řádu budou jednotlivé diferenciální rovnice vnitřního popisu?

správné řešení 2 body

Příklad 4 – varianta B

Mějme blíže nedefinovaný spojitý LTI systém k -tého řádu.

- (a) Uvedte, jaký je vztah mezi přenosovou funkcí tohoto systému a jeho impulsní odezvou a podmínky, za nichž přenosovou funkci definujeme.
- (b) Na příkladu zpětné transformace přenosové funkce tohoto systému – s jednoduchými póly – demonstруйте podmínky pro polohu pólů přenosové funkce stabilního systému (vzpomeňte si, že stabilní systém je takový, pro nějž platí $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$).

správné řešení 2 body