

# Řešení testů na Z-transformaci 2005

Jan Příkryl

31. května 2005

## Zadání Z003

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) + 2x(n+1) + x(n) &= -4\mathbf{1}(n) \\x(0) &= 1 \\x(1) &= -2\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + X(z) + 2zX(z) - z^2 = -4 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z^2 - z - 4}{(z-1)(z^2 + 2z + 1)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -\frac{z}{z-1} + 2\frac{z}{z+1} + \frac{z}{(z+1)^2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -1 + 2(-1)^n - (-1)^n n$$

## Zadání Z006

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 7/2 x(n+1) + 3x(n) &= -4\mathbf{1}(n) \\x(0) &= 1 \\x(1) &= 0\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 3X(z) - 7/2 zX(z) + 7/2 z - z^2 = -4 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{2z^2 - 9z - 1}{(z-1)(2z^2 - 7z + 6)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = 20 \frac{z}{z-3/2} - 8 \frac{z}{z-1} - 11 \frac{z}{z-2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = 20 (3/2)^n - 8 - 11 2^n$$

## Zadání Z007

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 5/2 x(n+1) + 3/2 x(n) &= -4\mathbf{1}(n) \\x(0) &= -2 \\x(1) &= 2\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 3/2 X(z) - 5/2 zX(z) - 7z + 2z^2 = -4 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -2 \frac{2z^2 - 9z + 11}{(z-1)(2z^2 - 5z + 3)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -8 \frac{z}{z - 3/2} + 8 \frac{z}{(z-1)^2} + 6 \frac{z}{z-1}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -8 (3/2)^n + 8n + 6$$

## Zadání Z008

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned} x(n+2) - 3/2 x(n+1) + 1/2 x(n) &= -4 \mathbf{1}(n) \\ x(0) &= -2 \\ x(1) &= -1 \end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 1/2 X(z) - 3/2 z X(z) - 2z + 2z^2 = -4 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -4 \frac{z^2 - 2z + 3}{(z-1)(2z^2 - 3z + 1)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -8 \frac{z}{(z-1)^2} + 16 \frac{z}{z-1} - 18 \frac{z}{z-1/2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -8n + 16 - 18 (1/2)^n$$

## Zadání Z013

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 5x(n+1) + 6x(n) &= -4\mathbf{1}(n) \\x(0) &= -1 \\x(1) &= 2\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 6X(z) - 5zX(z) - 7z + z^2 = -4 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -\frac{z^2 - 8z + 11}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -2 \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-2} + 2 \frac{z}{z-3}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -2 - 2^n + 2 \cdot 3^n$$

## Zadání Z132

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 9/2 x(n+1) + 9/2 x(n) &= 3\mathbf{1}(n) \\x(0) &= 0 \\x(1) &= 0\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 9/2 X(z) - 9/2 z X(z) = 3 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = 6 \frac{1}{(z-1)(2z^2 - 9z + 9)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -4 \frac{z}{z - 3/2} + 3 \frac{z}{z - 1} + \frac{z}{z - 3}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -4 (3/2)^n + 3 + 3^n$$

## Zadání Z145

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 7/2 x(n+1) + 3/2 x(n) &= 3 \mathbf{1}(n) \\x(0) &= 2 \\x(1) &= 2\end{aligned}$$

**Řešení:**

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 3/2 X(z) - 7/2 z X(z) + 5z - 2z^2 = 3 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = 2 \frac{2z^2 - 7z + 8}{(z-1)(2z^2 - 7z + 3)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -3 \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-3} + 4 \frac{z}{z-1/2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -3 + 3^n + 4 (1/2)^n$$

## Zadání Z147

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 1/2 x(n+1) - 3/2 x(n) &= 3 \mathbf{1}(n) \\x(0) &= 2 \\x(1) &= 2\end{aligned}$$

**Řešení:**

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - 3/2 X(z) - 1/2 z X(z) - z - 2 z^2 = 3 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = 2 \frac{2 z^2 - z + 2}{(z-1)(2 z^2 - z - 3)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = 4 \frac{z}{z-3/2} - 3 \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z+1}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = 4 (3/2)^n - 3 + (-1)^n$$

**Zadání Z173**

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned} x(n+2) - 7/2 x(n+1) - 2 x(n) &= 3 \mathbf{1}(n) \\ x(0) &= -2 \\ x(1) &= 0 \end{aligned}$$

**Řešení:**

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - 2 X(z) - 7/2 z X(z) - 7 z + 2 z^2 = 3 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -2 \frac{2 z - 1}{(2 z + 1)(z-1)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -2/3 \frac{z}{z-1} - 4/3 \frac{z}{z+1/2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -2/3 - 4/3 (-1/2)^n$$

## Zadání Z174

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - 5/2 x(n+1) - 7/2 x(n) &= 3 \mathbf{1}(n) \\x(0) &= -1 \\x(1) &= 1\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - 7/2 X(z) - 5/2 z X(z) - 7/2 z + z^2 = 3 \frac{z}{z-1}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -\frac{2z^2 - 9z + 1}{(z-1)(2z^2 - 5z - 7)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -3/5 \frac{z}{z-1} - 2/3 \frac{z}{z+1} + \frac{4}{15} \frac{z}{z-7/2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -3/5 - 2/3 (-1)^n + \frac{4}{15} (7/2)^n$$

## Zadání Z368

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) + 11/2 x(n+1) + 7 x(n) &= -2 (-2)^n \\x(0) &= 0 \\x(1) &= 1\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + 7 X(z) + 11/2 z X(z) - z = -2 \frac{z}{z+2}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = 2 \frac{z}{(z+2)(2z^2+11z+14)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -\frac{14}{9} \frac{z}{z+7/2} - 4/3 \frac{z}{(z+2)^2} + \frac{14}{9} \frac{z}{z+2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -\frac{14}{9} (-7/2)^n + 2/3 (-2)^n n + \frac{14}{9} (-2)^n$$

## Zadání Z377

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) + 3/2 x(n+1) - x(n) &= -2 (-2)^n \\x(0) &= 0 \\x(1) &= -2\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - X(z) + 3/2 z X(z) + 2z = -2 \frac{z}{z+2}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -4 \frac{z+3}{(z+2)(2z^2+3z-2)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = \frac{28}{25} \frac{z}{z+2} + 4/5 \frac{z}{(z+2)^2} - \frac{28}{25} \frac{z}{z-1/2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = \frac{28}{25} (-2)^n - 2/5 (-2)^n n - \frac{28}{25} (1/2)^n$$



## Zadání Z383

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) + x(n+1) - 2x(n) &= -2(-2)^n \\x(0) &= -1 \\x(1) &= 2\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - 2X(z) + zX(z) - z + z^2 = -2 \frac{z}{z+2}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -\frac{(z+1)z}{(z+2)(z^2+z-2)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -2/9 \frac{z}{z-1} - \frac{7}{9} \frac{z}{z+2} + 2/3 \frac{z}{(z+2)^2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -2/9 - \frac{7}{9} (-2)^n - 1/3 (-2)^n n$$

## Zadání Z413

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n+2) - x(n+1) - 6x(n) &= -2(-2)^n \\x(0) &= -1 \\x(1) &= 1\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) - 6X(z) - zX(z) - 2z + z^2 = -2 \frac{z}{z+2}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = -\frac{z^2 - 2}{(z + 2)(z^2 - z - 6)}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = -\frac{7}{25} \frac{z}{z - 3} + 2/5 \frac{z}{(z + 2)^2} - \frac{18}{25} \frac{z}{z + 2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = -\frac{7}{25} 3^n - 1/5 (-2)^n n - \frac{18}{25} (-2)^n$$

## Zadání Z459

Pomocí Z-transformace řešte diferenční rovnici

$$\begin{aligned}x(n + 2) + 2x(n + 1) + x(n) &= -n(-2)^{n-1} \\x(0) &= 1 \\x(1) &= 0\end{aligned}$$

### Řešení:

Po transformaci a dosazení počátečních podmínek dostaneme

$$z^2 X(z) + X(z) + 2zX(z) - 2z - z^2 = -\frac{z}{(z + 2)^2}$$

což lze po osamostatnění  $X(z)/z$  převést na

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z^2 + 5z + 7}{(z + 1)(z + 2)^2}$$

z čehož obdržíme parciální zlomky

$$X(z) = 3 \frac{z}{z + 1} - 2 \frac{z}{z + 2} - \frac{z}{(z + 2)^2}$$

Výsledek je tedy

$$x(n) = 3(-1)^n - 2(-2)^n + 1/2(-2)^n n$$