

LIMITNÍ VĚTY

zákon velkých čísel:

- tvrzení o konvergenci $\rightarrow$ konverguje-li (nastává tato konvergence s pravděpodobností 1)

$\hookrightarrow$ silný zákon velkých čísel

pak platí, že pokud $x_1, x_2, \dots$ jsou nezávislé a stejně rozdělené náhodné veličiny se empirické rozdělení (z výběru) bude blížit teoretickému rozdělení (ze souboru) čím více, čím více bude dat

$\hookrightarrow$ ve chvíli, kdy to nekonverguje funguje ale jen v případě, že $x_1, x_2, \dots$ jsou nezávislé a nekorelované n.v. s konečnými rozptyly

Centrální limitní věta:

- popisuje odchylky náhodných veličin od jejich střední hodnoty

Moivreova - Laplaceova věta

- věta pro binomické rozdělení
- Náhodná veličina X má binomické rozdělení $X \sim B(n, p)$ nebo $X \sim Bi(n, \pi)$

$\downarrow$ střední hodnota $n\pi$ $\downarrow$ rozptyl $n\pi(1-\pi)$

znormujeme

$$U = \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \Rightarrow \text{při } n \rightarrow \infty \downarrow N(0,1)$$

Příklad: Předpokládejme, že v populaci je 50% mužů a 50% žen. Chceme si to potvrdit a vybereme 10 000 lidí, s jakou pravděpodobností bude počet mužů mezi 4900 a 5100, tedy mezi 49-50%?

$$P = \sum_{j=4900}^{5100} \binom{10000}{j} \left(\frac{1}{2}\right)^j \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{10000-j}$$

bud' spočítáme, nebo si pomůžeme ML větou

$$P(a \leq X \leq b) \approx \Phi\left(\frac{b - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$\begin{aligned}
 P(4900, 5100) &\approx \Phi\left(\frac{5100 - 5000}{\sqrt{12500}}\right) - \Phi\left(\frac{4900 - 5000}{\sqrt{12500}}\right) = \\
 &= \Phi(2) - \Phi(-2) = 0,9544
 \end{aligned}$$