

Klasifikace kvadratických forem

Sylvesterovo kritérium

Lucie Kárná

karna@fd.cvut.cz

January 4, 2021

- začátečník
- pokročilý
- expert

Příklad 1

Určete, zda je kvadratická forma pozitivně/negativně definitní nebo indefinitní:

$$f_1(\vec{x}) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_3.$$

- matice kvadratické formy: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- hlavní horní minory:
 - $D_1 = 3$
 - $D_2 = 6$
 - $D_3 = 4$
- všechny kladné \Rightarrow pozitivně definitní.

Příklad 2

Určete, zda je kvadratická forma pozitivně/negativně definitní nebo indefinitní:

$$f_2(\vec{x}) = -x_1^2 - 4x_2^2 - 2x_3^2 - 2x_1x_2.$$

- matice kvadratické formy: $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$
- hlavní horní minory:
 - $D_1 = -1$
 - $D_2 = 3$
 - $D_3 = -6$
- první záporný, dále střídavě \Rightarrow negativně definitní.

Příklad 3

Určete, zda je kvadratická forma pozitivně/negativně definitní nebo indefinitní:

$$f_3(\vec{x}) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3.$$

- matice kvadratické formy: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
- hlavní horní minory:
 - $D_1 = 2$
 - $D_2 = 5$
 - $D_3 = -8$
- kladný, kladný, záporný \Rightarrow indefinitní.