

Příklad

Rozhodněte, která ze zadaných kvadratických forem je pozitivně definitní, negativně definitní a indefinitní.

$$f = -4x_1x_4.$$

Řešení

Matice kvadratické formy:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Odečteme od 1. řádku čtvrtý (následně totéž pro sloupce):

$$\mathbf{F} \sim \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \dots$$

Nyní ke 4. řádku přičteme jednu polovinu prvního (a pak sloupce)

$$\dots \sim \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Máme diagonální matici, na diagonále je jak kladné, tak záporné číslo, kvadratická forma je tedy indefinitní.

Přídavek z pilnosti: signatura kvadratické formy je (1,1,2), analytické vyjádření polárního tvaru $f = 4x_1^2 - x_4^2$.

Ještě jeden přídavek: normální (kanonický) tvar $f = x_1^2 - x_2^2$, matice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.