

Počítání s komplexními čísly

Stručný souhrn

Lucie Kárná

karna@fd.cvut.cz

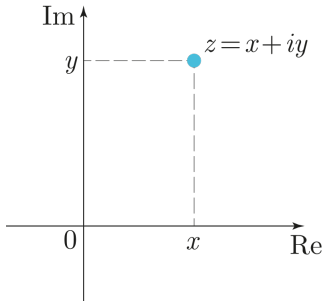
November 30, 2020

Zavedení komplexních čísel

Jedna z mnoha definic komplexních čísel

Komplexní číslo z je uspořádaná dvojice reálných čísel: $z = [x, y]$.

- x ... reálná část; $\mathbf{Re}(z) = x$
- y ... imaginární část; $\mathbf{Im}(z) = y$



Algebraický tvar komplexního čísla

$$z = x + yi$$

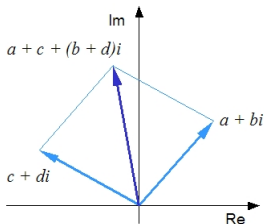
- i imaginární jednotka
- $\mathbf{Im}(z) = 0$ reálné číslo
- $\mathbf{Im}(z) \neq 0$ imaginární číslo
- $\mathbf{Re}(z) = 0$ ryze imaginární číslo

Základní operace

Základní operace s komplexními čísly v algebraickém tvaru $z = x + yi$:
pracujeme jako s dvojčleny, přitom $i^2 = -1$:

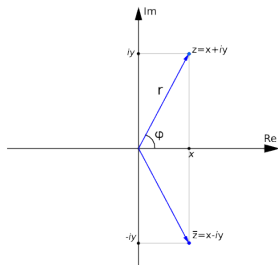
- sčítání: $(3 + 2i) + (-2 + i) = 1 + 3i$
- odčítání: $(3 + 2i) - (-2 + i) = 5 + i$
- násobení:

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(-2 + i) &= -6 - 4i + 3i + 2i^2 = \\ &= -6 - i + 2 \cdot (-1) = -8 - i\end{aligned}$$



Absolutní hodnota komplexního čísla

Komplexní číslo v algebraickém tvaru $z = x + yi$:



- komplexně sdružené číslo $\bar{z} = x - yi$
- velikost = absolutní hodnota: $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Dělení komplexních čísel

Komplexní čísla v algebraickém tvaru $z = x + yi$.

Dělení komplexních čísel:

- $\frac{a+bi}{c+di}$ není ve tvaru $z = x + yi \Rightarrow$ rozšíříme zlomek číslem komplexně sdruženým ke jmenovateli
- protože $\sqrt{z\bar{z}} = |z| \in \mathbf{R}$, dostaneme ve jmenovateli reálné číslo
- příklad:

$$\frac{3+2i}{-2+i} = \frac{(3+2i)}{(-2+i)} \cdot \frac{(-2-i)}{(-2-i)} = \frac{(3+2i)(-2-i)}{2^2-i^2} = \frac{-4-7i}{5} = -\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$$

Kdo neměl na střední škole, může dostudovat například z <https://matematika.cz/komplexni-cisla>.